

式による説明の問題(中学2年)

問題1 「奇数と偶数の差は奇数となります」 例 $35 - 10 = 25$
このことを文字を使って説明しなさい。 $21 - 8 = 13$
(わからない人は 中2の教科書 p27 例題2 を参考にする)

[解答]

m, n を整数とすると、奇数は $2m + 1$ 、偶数は $2n$ と表すことができる。

その2数の差は、

$$(2m + 1) - 2n$$

$$= 2m + 1 - 2n$$

$$= 2m - 2n + 1$$

$$= 2(m - n) + 1$$

$m - n$ は整数だから、 $2(m - n) + 1$ は奇数である。

したがって、奇数と偶数の差は奇数になる。

問題2 「奇数と奇数の和は偶数になる」 例 $15 + 9 = 24$
このことを文字を使って説明しなさい。 $7 + 29 = 36$

[解答]

m, n を整数とすると、2つの奇数は $2m + 1$ 、 $2n + 1$ と表すことができる。

その2数の和は、

$$(2m + 1) + (2n + 1)$$

$$= 2m + 1 + 2n + 1$$

$$= 2m + 2n + 2$$

$$= 2(m + n + 1)$$

$m + n + 1$ は整数だから、 $2(m + n + 1)$ は偶数である。

したがって、奇数と奇数の和は偶数になる。

問題3 「連続する3つの整数の和は3の倍数になる」 例 $1 + 2 + 3 = 6$
このことを説明しなさい。 $8 + 9 + 10 = 27$
(わからない人は中2のワーク p17 を参考にする)

[解答]

n を整数とすると、連続する3つの整数は $n - 1$ 、 n 、 $n + 1$ と表すことができる。

その3数の和は、

$$(n - 1) + n + (n + 1)$$

$$= n - 1 + n + n + 1$$

$$= 3n$$

n は整数だから、 $3n$ は3の倍数である。

したがって、連続する3つの整数の和は3の倍数になる。

(point)

問題1や問題2は2つの数
を表すとき、文字を2つ使う。

しかし、問題3は「連続する」
3つの数だから、文字は1つ
で、3つの数を表す。

問題4 「連続する2つの奇数の和は4の倍数になる」
 このことを説明しなさい。
 (わからない人は中2のワーク p25 を参考にすること)

例 $3 + 5 = 8$
 $13 + 15 = 28$

[解答]

n を整数とすると、連続する2つの奇数は $2n - 1$ 、 $2n + 1$ と表すことができる。
 その2数の和は、
 $(2n - 1) + (2n + 1)$
 $= 2n - 1 + 2n + 1$
 $= 4n$

n は整数だから、 $4n$ は4の倍数である。
 したがって、連続する2つの奇数の和は4の倍数になる。

(point)
 この問題も、問題3と同じで、「連続する」2つの数だから、文字は1つ使う。

問題5 右の図のように、カレンダーの4つの数を四角で囲む。このとき、4つの和は4の倍数になることを説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

[解答]

n を整数とすると、4つ奇数は n 、 $n + 1$ 、 $n + 7$ 、 $n + 8$ と表すことができる。
 その4数の和は、
 $n + (n + 1) + (n + 7) + (n + 8)$
 $= n + n + 1 + n + 7 + n + 8$
 $= 4n + 16$
 $= 4(n + 4)$

$n + 4$ は整数だから、 $4(n + 4)$ は4の倍数である。
 したがって、カレンダーで囲んだ4つの数の和は4の倍数になる。

(point)
 カレンダーは、左上を n とすると、4つの数は文字1つで表すことができる。

問題6 「2桁の自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れた数との差は9の倍数になる」
 このことを説明しなさい。
 (わからない人は中2の教科書 p28 例題3 を参考にすること)

例 $53 - 35 = 18$
 $81 - 18 = 63$

[解答]

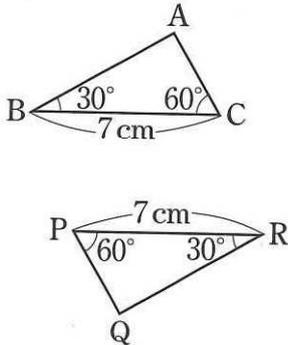
2桁の自然数の十の位を x 、一の位を y とすると、
 もとの数は $10x + y$
 入れかえてできる数は $10y + x$ と表すことができる。
 この2つの数の差は、
 $(10x + y) - (10y + x)$
 $= 10x + y - 10y - x$
 $= 9x - 9y$
 $= 9(x - y)$

$x - y$ は整数だから、 $9(x - y)$ は9の倍数である。
 したがって、2桁の自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れかえた数との差は9の倍数になる。

三角形の合同の証明問題・三段論法による証明

問題7 三角形の合同の証明

左の図で、 $\triangle ABC \equiv \triangle QRP$ を証明しなさい。



[証明]

- $\triangle ABC$ と $\triangle QRP$ で、
 $BC = RP = 7\text{ cm}$ …①
 $\angle B = \angle R = 30^\circ$ …②
 $\angle C = \angle P = 60^\circ$ …③

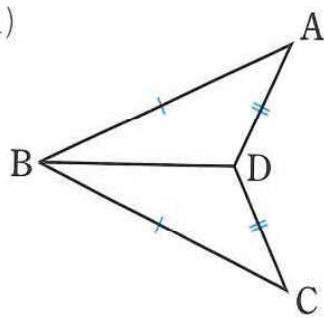
(point)
 等しい長さや、等しい角のところがわかっているのを、それを並べる
 どの合同条件に合うか考える

①②③より

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \equiv \triangle QRP$

問題8 三角形の合同の証明

左の図で、 $AB = CB$ 、 $AD = CD$ ならば $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ を証明しなさい。



[証明]

- $\triangle ABD$ と $\triangle CBD$ で、
 仮定より
 $AB = CB$ …①
 $AD = CD$ …②
 共通な辺だから
 $BD = BD$ …③

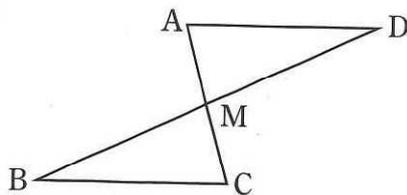
(point)
 問題7のように具体的に長さや角の大きさが書いてなくても、問題文で等しいと書いてあるところを使う→それを「仮定」という。また、くっついている辺を「共通の辺」という。

①②③より

3組の辺がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$

問題9 三角形の合同の証明

左の図で、 $AD \parallel BC$ 、 $AM = CM$ ならば $DM = BM$ であることを証明しなさい。
 (仮定と結論も書くこと)



[仮定]

$AD \parallel BC$
 $AM = CM$

[結論]

$DM = BM$

[証明]

- $\triangle ADM$ と $\triangle CBM$ で、
 仮定より
 $AM = CM$ …①
 $AD \parallel BC$ で錯角は等しいから
 $\angle A = \angle C$ …②
 対頂角は等しいから
 $\angle AMD = \angle CMB$ …③

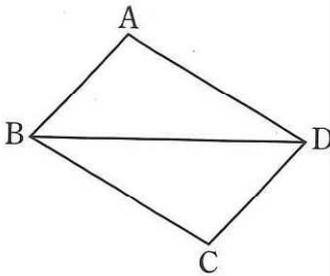
(point)
 $AD \parallel BC$ は平行であり長さが等しいとは書いてない。→よって、「平行線の錯角が等しい」を使う！。

①②③より

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ADM \equiv \triangle CBM$
 よって、 $DM = BM$

問題10 三角形の合同の証明

左の図で、 $AB=CD$ 、 $\angle ABD=\angle CDB$ ならば、 $AD\parallel BC$ である。
このことを証明しなさい(仮定と結論も書くこと)。



[仮定]
 $AB=CD$
 $\angle ABD=\angle CDB$

[結論]
 $AD\parallel BC$

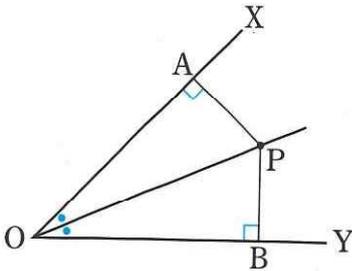
[証明]
 $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ で、
仮定より
 $AB=CD$ …①
 $\angle ABD=\angle CDB$ …②
共通な辺だから
 $BD=DB$ …③

①②③より
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$
よって、 $\angle ADB=\angle CBD$
錯角が等しいから
 $AD\parallel BC$

(point)
 $AD\parallel BC$ を証明するためには錯角が等しいこと証明する必要がある

問題11 三角形の合同の証明

左の図で、 $\angle XOY$ の二等分線上の点Pから、OX、OYに垂線をひき、交点をそれぞれ、A、Bとする。このとき、 $PA=PB$ であることを証明しなさい。



[仮定]
 $\angle AOP=\angle BOP$
 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$

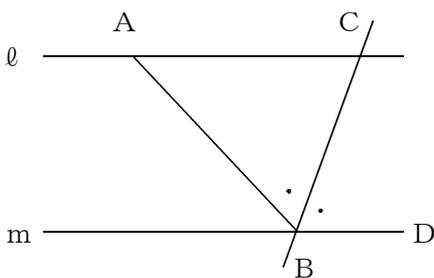
[結論]
 $PA=PB$

[証明]
 $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ で、
仮定より
 $\angle AOP=\angle BOP$ …①
 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$ …②
共通な辺だから
 $OP=OP$ …③

①②③より
斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
 $\triangle AOP\equiv\triangle BOP$
よって、
 $PA=PB$

問題12 三段論法を使った証明

左の図で、 $l\parallel m$ 、 $\angle ABC=\angle CBD$ のとき、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形であることを証明しなさい。



[証明]
仮定より
 $\angle ABC=\angle CBD$ …①
 $l\parallel m$ で錯角は等しいから
 $\angle ACB=\angle CBD$ …②
①②から
 $\angle ABC=\angle ACB$
 $\triangle ABC$ で2角が等しいから
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形である。

(三段論法のpoint)
AとBは等しい($A=B$)
CとBも等しい($C=B$)
よって、AとCは等しい($A=C$)