

H28 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
1	問 1 9	2	
	問 2 $3a^3b^4$	2	
	問 3 $4\sqrt{3}$	2	
	問 4 $-\frac{7}{4}$	2	
	問 5 $x^2 - 12x + 35$	2	
	問 6 34 (度)	2	
	問 7 (y=) $\frac{12}{x}$	2	
	問 8 $3a + 8b > 4000$	2	
	問 9 -2	2	
	問 10 (x=) $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$	2	
	問 11 40 (cm <sup>3</sup> )	2	
	問 12 7 (点)	2	
	問 13 $3\sqrt{5}$	2	
	問 14 (S : T=) 9 : 4	2	

●解説

1 問 1  $5 - (-4) = 5 + 4 = 9$

問 2  $\frac{1}{3}ab^3 \times 9a^2b = \frac{1}{3} \times 9 \times a \times a^2 \times b^3 \times b = 3a^3b^4$

問 3  $4\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{\frac{6}{2}} = 4\sqrt{3}$

問 4  $2 \times (-1) + \frac{1}{4} = -\frac{8}{4} + \frac{1}{4} = -\frac{7}{4}$

問 5  $(x-5)(x-7) = x^2 + \{(-5) + (-7)\}x + (-5) \times (-7) = x^2 - 12x + 35$

問 6 三角形の内角と外角の性質より,  $\angle x + 82^\circ = 56^\circ + 60^\circ$   $\angle x = 34^\circ$

問 7 式を  $y = \frac{a}{x}$  とおく。 $x = 1$  のとき  $y = 12$  だから,  $12 = \frac{a}{1}$   $a = 12$  よって,  $y = \frac{12}{x}$

問8 大人3人の入館料は,  $a \times 3 = 3a$ (円) 子ども8人の入館料は,  $b \times 8 = 8b$ (円) 入館料の合計が4000円より高いから,  $3a + 8b > 4000$

問9 方程式  $4x + 2y = 5$  を  $y$ について解くと,  $2y = -4x + 5$   $y = -2x + \frac{5}{2}$  よって, グラフの傾きは-2

問10 解の公式より,  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

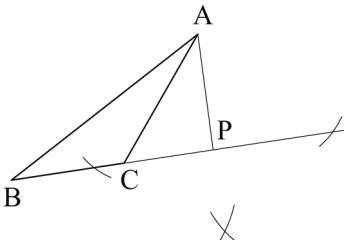
問11  $\frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \right) \times 8 = 40$  (cm<sup>3</sup>)

問12 6回の得点を低い順に並べると, 1, 2, 6, 8, 8, 9(点) 低いほうから3番目が6点, 4番目が8点だから, 中央値は,  $\frac{6+8}{2} = 7$ (点)

問13 C(7, 2)をとつて△ABCをつくる。∠C=90°で, AC=7-1=6, BC=5-2=3だから, AB=d とすると,  $d = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

問14 1辺の長さが3cmの正三角形と1辺の長さが2cmの正三角形は相似で, 相似比は3:2 よって, S:T=3<sup>2</sup>:2<sup>2</sup>=9:4

●正答

問題番号		解 答	配点	備 考
2	(例) 問 1		4	
	問 2	$\frac{4}{15}$	4	
	問 3	$(a=) \quad \frac{1}{2}$	4	

●解説

2 問 1 頂点 A から半直線 BC に垂線をひいて、半直線 BC との交点を P とする。

問 2 A, B の箱からカードを 1 枚ずつ取り出すときの取り出し方は、 $(A, B)=(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3)$  の 15 通り。このうち、2 枚のカードに書かれた数の和が 4 の倍数になるのは、 $(1, 3), (2, 2), (3, 1), (5, 3)$  の 4 通り。よって、求める確率は、 $\frac{4}{15}$

問 3 (変化の割合) =  $\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$  だから、 $\frac{a \times 3^2 - a \times 1^2}{3-1} = 2 \quad 4a = 2 \quad a = \frac{1}{2}$

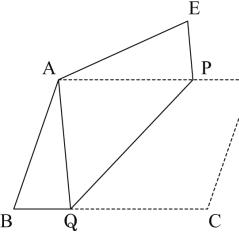
●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
3 問 1	<p>(例)</p> $\begin{cases} 25x+10y=800 & \cdots\cdots① \\ 15x+5y=420 & \cdots\cdots② \end{cases}$ $①-②\times 2 \text{ より } -5x=-40$ $\text{よって } x=8$ <p>①に代入して <math>200+10y=800</math></p> <p>したがって <math>y=60</math></p> <p>この解は問題に適している。</p>	6	
3 問 2	<p>(例)</p> $\pi x^2 \times 2 + 2 \times 2 \pi x = 96\pi$ $2\pi x^2 + 4\pi x = 96\pi$ $x^2 + 2x - 48 = 0$ $(x+8)(x-6) = 0$ $x = -8, x = 6$ $x > 0 \text{ より } x = 6$	6	
			答え (6 cm)

●解説

- 3 問 1 スチール缶 25 kg とアルミ缶 10 kg の交換金額の合計が 800 円だから,  $25x+10y=800 \cdots ①$   
 スチール缶 15 kg とアルミ缶 5 kg の交換金額の合計が 420 円だから,  $15x+5y=420 \cdots ②$  ①, ②を連立方程式として解くと,  $x=8, y=60$
- 問 2 長方形 ABCD を 1 回転させてできる立体は, 底面の半径が  $x$  cm, 高さが 2 cm の円柱になる。  
 (円柱の表面積) = (底面積) × 2 + (側面積) より, 表面積に着目して方程式をつくると,  
 $\pi x^2 \times 2 + 2 \times 2 \pi x = 96\pi$  これを解くと,  $x = -8, x = 6$   $x > 0$  より  $x = 6$  よって, AD = 6 cm

●正答

問題番号	解 答		配点	備 考
4	問 1	 <p>〔証明〕          (例)  <math>\triangle ABQ \cong \triangle AEP</math>において          平行四辺形の対辺は等しく、折り返しているので、  <math>AB = AE</math> .....①          平行四辺形の対角は等しく、折り返しているので、  <math>\angle ABQ = \angle AEP</math> .....②  <math>\angle BAP = \angle EAQ</math> .....③          ここで、  <math>\angle BAQ = \angle BAP - \angle QAP</math> .....④  <math>\angle EAP = \angle EAQ - \angle QAP</math> .....⑤          ③, ④, ⑤より  <math>\angle BAQ = \angle EAP</math> .....⑥          ①, ②, ⑥より          1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから  <math>\triangle ABQ \cong \triangle AEP</math></p>	7	
	問 2	(1) $45 - \frac{a}{2}$ (度)	3	
		(2) $\frac{4}{3} \pi - \sqrt{3}$ ( $\text{cm}^2$ )	4	

●解説

4 問 1 平行四辺形の性質を利用して、等しい辺や角を見つける。

問 2 (1) O と C を結んで  $\triangle OCD$  をつくる。円の接線は接点を通る半径に垂直だから、 $\angle OCD = 90^\circ$

$CD // AE$  より、 $\angle ODC = \angle EAB = a^\circ$  したがって、 $\angle DOC = 180^\circ - (90^\circ + a^\circ) = 90^\circ - a^\circ$

円周角の定理より、 $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (90^\circ - a^\circ) = 45^\circ - \frac{a^\circ}{2}$

(2) O と E を結ぶ。求める部分の面積は、おうぎ形 OAE の面積から  $\triangle OAE$  の面積をひいた値になる。

$\angle AOE = 2\angle ABE = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$  より、おうぎ形 OAE の面積は、 $\pi \times 2^2 \times \frac{120}{360} = \frac{4}{3} \pi (\text{cm}^2)$

また、 $\triangle OAE$  は 1 辺が 2 cm の二等辺三角形になる。O から AE に垂線 OF をひくと、 $\triangle OAF$  は辺の比が  $1 : 2 : \sqrt{3}$  の直角三角形になるので、 $OF = 1$ ,  $AF = \sqrt{3}$  cm  $\triangle OAE = \frac{1}{2} \times OF \times AE =$

$$\frac{1}{2} \times 1 \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

よって、求める部分の面積は、 $\frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} (\text{cm}^2)$

H28 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号		解 答		配点	備 考
5	問 1	4 (km)		2	
	(1)	$y = \frac{2}{15}x$		3	
	問 2	(例) お父さんが花子さんに初めて追い抜かれた 15 分後以降について 花子さんについての $x$ と $y$ の関係の式は $y = \frac{1}{3}x$ と表せる。 お父さんについての $x$ と $y$ の関係の式は $y = \frac{1}{6}x + b$ と表せる。 $x=39$ のとき $y=6$ であるから $6 = \frac{1}{6} \times 39 + b$ よって $b = -\frac{1}{2}$ したがって $y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{2}$ $t$ 分後の 2 人が進んだ距離の差が 6 km なので $\frac{1}{3}t - \left(\frac{1}{6}t - \frac{1}{2}\right) = 6$ よって $t=33$ これは問題に適している。 答え ( $t=33$ )	7		
問 3		28 (分) 48 (秒後)		5	

●解説

5 問 1 花子さんは 54 分間で 18km 走ったから、走る速さは、1 分間に  $18 \div 54 = \frac{1}{3}$  (km)

よって、12 分間で走った距離は、 $\frac{1}{3} \times 12 = 4$  (km)

問 2 (1) 花子さんが 15 分間で走った距離は、 $\frac{1}{3} \times 15 = 5$  (km) このとき、花子さんはお父さんより 1 周多く走ったことになるから、お父さんが 15 分間で走った距離は、 $5 - 3 = 2$  (km)

$0 \leq x \leq 15$  のとき、お父さんの式を  $y=ax$  として、 $x=15$ ,  $y=2$  を代入すると、 $2=a \times 15$   $a=\frac{2}{15}$

よって、 $y=\frac{2}{15}x$

(2) 出発してからの  $t$  分間で、花子さんはお父さんより 2 周分多く走ったことになるから、2 人が走った距離の差は、 $3 \times 2 = 6$  (km)

問3 太郎さんは48分間で $3 \times 3 = 9$  (km) 走ったから、走る速さは、1分間に $9 \div 48 = \frac{3}{16}$  (km)

太郎さんと花子さんは逆方向に走ったので、2人の走った距離の合計が3km増えるごとに、2人はすれ違うことになる。2人が5度目にすれ違う時間を、出発してから $s$ 分後とすると、

$$\frac{1}{3}s + \frac{3}{16}s = 3 \times 5 \quad s = \frac{144}{5} = 28\frac{4}{5} = 28\frac{48}{60}$$

よって、28分48秒後。

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
6	問 1 400 (cm <sup>2</sup> )	2	
	問 2 91 (cm <sup>2</sup> )	3	
	〔証明〕 (例) 右方向の列の数は $m+4$ となる。 縦の長さは $\{5+4(m-1)\}$ cm, 横の長さは $8(m+4)$ cm である。 よって $\begin{aligned}\ell &= 2 \{5+4(m-1)+8(m+4)\} \\ &= 24m+66 \\ &= 6(4m+11)\end{aligned}$ $4m+11$ は整数なので, $6(4m+11)$ は 6 の倍数である。 したがって, $\ell$ は 6 の倍数になる。	6	
	問 4 15 (cm), 22 (cm), 23 (cm)	6	

●解説

6 問 1 C は縦が  $5 \times 2 = 10$  (cm), 横が  $8 \times 5 = 40$  (cm) だから, 面積は,  $10 \times 40 = 400$  (cm<sup>2</sup>)

問 2 【つなぎ方】が(ア)で  $m=3, n=4$  のとき, C は縦が  $5 \times 3 - 1 \times 2 = 13$  (cm), 横が  $8 \times 4 - 1 \times 3 = 29$  (cm)  
したがって, のり付けして重なった部分は, 縦 1 cm で横 29 cm の長方形が 2 か所, 縦 13 cm で横 1 cm  
の長方形が 3 か所でき, 紙が 4 枚重なる部分が 6 か所できる。よって, その面積は,

$$1 \times 29 \times 2 + 13 \times 1 \times 3 - 1 \times 1 \times 6 = 91 \text{ (cm}^2\text{)}$$

問 3  $\ell$  が  $6 \times (\text{整数})$  の形で表されることを示せばよい。

**問4** 長方形Cの縦は、(ア)でつなぐごとに4cmずつ、(イ)でつなぐごとに5cmずつ大きくなり、横は(ア)でつなぐごとに7cmずつ、(イ)でつなぐごとに8cmずつ大きくなる。したがって、長方形Cの縦は $m=1$ のとき5cm,  $m=2$ のときは $5+4=9$ (cm),  $5+5=10$ (cm)の2通りが考えられ、 $m=3$ のときは $9+4=13$ (cm),  $9+5=14$ (cm),  $10+4=14$ (cm),  $10+5=15$ (cm)で、13cm, 14cm, 15cmの3通りが考えられる。以下同じように考えると、長方形Cの縦、横のとりうる値は右の図のようになる。Cが正方形になるのは、縦と横の長さが等しくなる場合だから、その値を右の図から小さい順に3つあげると、15cm, 22cm, 23cmとなる。

