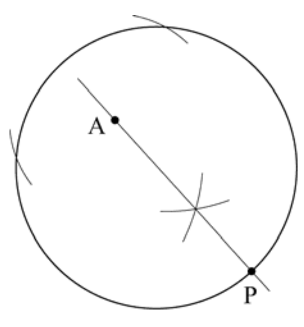
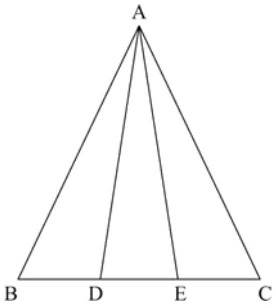
H30　栃木県　公立　数学　正答と解説

●正答

問題番号		解　　　　答	配点	備　　考
1	問１	-4	2	
	問２	$2xy^4$	2	
	問３	$4\sqrt{2}$	2	
	問４	$x^2+8x+16$	2	
	問５	$(a=)\ \dfrac{-2b+7c}{5}$	2	
	問６	$6x+y<900$	2	
	問７	$(x=)\ \dfrac{3}{2}$	2	
	問８	$\dfrac{35}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$	2	
	問９	$(x=)\ 2,\ (y=)\ -3$	2	
	問 10	$(x=)\ -1,\ 7$	2	
	問 11	正十二角形	2	
	問 12	79　(度)	2	
	問 13	0.3	2	
	問 14	-5	2	
2	問１	(例)  	4	
	問２	$\dfrac{5}{12}$	4	
	問３	$(a=)\ 7$	4	

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th>解　　　答</th><th>配点</th><th>備　考</th></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>問１</td><td>〔証明〕
(例)
５円硬貨の枚数が b 枚なので，１円硬貨の枚数は，
$(36-b)$ 枚と表される。
よって $a=5b+(36-b)$
$=4b+36$
$=4(b+9)$
b は整数だから，$b+9$ も整数である。
したがって，a は４の倍数である。</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td>(例)
直方体Ｑの体積と直方体Ｒの体積は等しいので
$(4+x)(7+x)\times 2=4\times 7\times(2+x)$
$x^2+11x+28=14x+28$
$x^2-3x=0$
$x(x-3)=0$
$x=0,\ 3$
$x>0$ だから $x=3$
答え $(x=3)$</td><td>6</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="2">解　　答</th><th>配点</th><th>備　考</th></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td>問１</td><td colspan="2">

〔証明〕
(例)
△ABE と△ACD において
仮定より AB＝AC　……①
△ABC は二等辺三角形だから
∠ABE＝∠ACD　……②
仮定より BD＝CE　……③
ここで
BE＝BD＋DE　……④
CD＝CE＋DE　……⑤
③，④，⑤より
BE＝CD　……⑥
①，②，⑥より
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABE≡△ACD</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td>$180-2a$ （度）</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>36π （cm^2）</td><td>4</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="2">解　　答</th><th>配点</th><th>備　考</th></tr>
<tr><td rowspan="5">5</td><td rowspan="2">問１</td><td>(1)</td><td>(a＝)　6</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>(例)
2 点 P，Q が A を出発してから 10 秒後から 15 秒後までのグラフの傾きは
$\frac{0-600}{15-10}=-120$
であるから，x と y の関係の式は $y=-120x+b$ と表される。
グラフは点（15，0）を通るから
$0=-120\times15+b$
よって $b=1800$
したがって，求める式は $y=-120x+1800$

答え（$y=-120x+1800$）</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td>ウ</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>ア</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="2">$\frac{190}{9}$（秒後）</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">6</td><td>問１</td><td colspan="2">2　(cm)</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">$n+3$　(枚)</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="2">(例)
$\begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots① \\ x=2y & \cdots\cdots② \end{cases}$
②を①に代入すると
$2y+y=12$
$y=4$
②に代入すると
$x=8$
これらの解は問題に適している。

答え（$x=8$，$y=4$）</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>問４</td><td colspan="2">(a＝)　21，32，40</td><td>6</td><td></td></tr>
</table>

●解説

$\boxed{1}$ 問１ $(-12)\div 3=-(12\div 3)=-4$

問２ $\frac{1}{4}xy^3\times 8y=\frac{1}{4}\times 8\times xy^3\times y=2xy^4$

問３ $\sqrt{2}+\sqrt{18}=\sqrt{2}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

問４ $(x+4)^2=x^2+2\times 4\times x+4^2=x^2+8x+16$

問５ $5a+2b=7c$　$5a=7c-2b$　$a=\frac{-2b+7c}{5}$

問６ トマト６個の重さは，$6x$g だから，箱との重さの合計は，$6x+y$(g)

これが 900g より軽いのだから，$6x+y<900$

問７ $5:(9-x)=2:3$　$(9-x)\times 2=5\times 3$　$18-2x=15$　$-2x=-3$　$x=\frac{3}{2}$

問８ 円錐(すい)の体積は，$\frac{1}{3}\times$(底面積)$\times$(高さ)で求められるから，$\frac{1}{3}\times 5\pi\times 7=\frac{35}{3}\pi$(cm^3)

問９ $x-2y=8$…①，$3x-y=9$…②とする。

②×2－①より，$6x-x=18-8$　$5x=10$　$x=2$…③

②に③を代入して，$3\times 2-y=9$　$y=-3$

問 10 x^2-6x-7 について，和が-6，積が-7 となる２数は，１と-7 だから，

$x^2-6x-7=0$　$(x+1)(x-7)=0$　$x=-1$，７

問 11 １つの内角が 150° だから，１つの外角は，180° －150° ＝30° である。この正多角形を正 n 角形とすると，外角の和が 360° であることから，$360\div n=30$　$n=12$ より，正十二角形である。

問 12 x の角の頂点を通り，直線ℓに平行な直線をひくと，平行線の同位角・錯角は等しいから，

$\angle x=43°+36°=79°$

問 13 度数が最も多い階級は，130cm 以上 150cm 未満の階級で，その度数は 12 人だから，求める相対度数は，$\frac{12}{40}=0.3$

問 14 $x=1$ のとき，$y=-1\times 1^2=-1$，$x=4$ のとき，$y=-1\times 4^2=-16$ だから，

変化の割合は，$\frac{-16-(-1)}{4-1}=\frac{-15}{3}=-5$

$\boxed{2}$ 問１ 図の円の直径のうち，点 A を通る直径を作図し，その両端のうち点 A から遠い方を P とすればよい。図の円の中心を O と考える。点 A を中心とし，円 O と２点で交わるような円をかき，その交点をそれぞれ B，C とすると，OB＝OC，AB＝AC だから，２点 A，O はともに線分 BC の垂直二等分線上にあるので，線分 BC の垂直二等分線を作図すればよい。

問２ できる整数は，小さい方から順に，12，<u>13</u>，14，21，<u>23</u>，24，<u>31</u>，32，34，<u>41</u>，42，<u>43</u> の 12 通りあり，そのうち素数は下線を引いた５通りだから，求める確率は，$\frac{5}{12}$

問３ 線分 AB と x 軸との交点を C とする。点 B は関数 $y=-\frac{5}{4}x$ のグラフ上にある x 座標が２の点だから，$y=-\frac{5}{4}\times 2=-\frac{5}{2}$ より，$B\left(2,\ -\frac{5}{2}\right)$

よって，AB＝6，$BC=\frac{5}{2}$ より，$AC=6-\frac{5}{2}=\frac{7}{2}$ だから，$A\left(2,\ \frac{7}{2}\right)$

点 A は関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にある点であり，$y=\frac{a}{x}$　$a=xy$ だから，

$a=2\times\frac{7}{2}=7$

3 問１　５円硬貨の枚数が b 枚なので，１円硬貨の枚数は，$(36-b)$枚と表される。
よって，合計金額は，
$a=5\times b+1\times(36-b)$
$=5b+(36-b)$
$=5b+36-b$
$=4b+36$
$=4(b+9)$
b は整数だから，$(b+9)$も整数である。
したがって，a は $4\times$(整数)の形で表されるから，４の倍数である。

問２　直方体Ｑの体積を x を用いた式で表すと，$(4+x)\times(7+x)\times 2(\mathrm{cm}^3)$
直方体Ｒの体積を x を用いた式で表すと，$4\times 7\times(2+x)(\mathrm{cm}^3)$である。
直方体Ｑの体積と直方体Ｒの体積は等しいので，
$(4+x)\times(7+x)\times 2=4\times 7\times(2+x)$
$x^2+11x+28=14x+28$　$x^2-3x=0$　$x(x-3)=0$　$x=0,\ 3$
$x>0$ だから，$x=3$　これは問題に適している。

4 問１　△ABC は二等辺三角形より，AB＝AC，∠ABE＝∠ACD であることがわかる。
仮定である BD＝CE より，BE＝CD を示せば△ABE≡△ACD であるといえる。

問２　(1)　点Ｅは点Ｏを中心とする半径 OD の円の周上の点だから，OD＝OE
よって，△ODE は二等辺三角形であり，∠ODE＝∠OED＝a°
したがって，∠AOD＝180°－2a°
線分 AB を直径とする円において，半円の弧に対する円周角は 90°だから，∠ACB＝90°
よって，∠ADO＝∠ACB だから，同位角が等しいので，OD∥BC
したがって，同位角は等しいので，∠OBC＝∠AOD＝180°－2a°

(2)　△ABC において，AO：OB＝1：1，OD∥BC だから，
三角形と比の定理より，OD：BC＝AO：AB＝1：2
よって，OD＝$\frac{1}{2}\times$BC＝$\frac{1}{2}\times 4=2$(cm)
また，△ABC において，三平方の定理より，AB＝$\sqrt{12^2+4^2}=4\sqrt{10}$ (cm)
したがって，OA＝$\frac{1}{2}\times$AB＝$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{10}=2\sqrt{10}$ (cm)
よって，求める面積は(OA を半径とする円の面積)－(OD を半径とする円の面積)であるから，
$(2\sqrt{10})^2\pi-2^2\pi=40\pi-4\pi=36\pi(\mathrm{cm}^2)$

5 問１　(1)　２点Ｐ，ＱがＡを出発してから x 秒後について，$0<x<10$ とすると，
△ABC と△APQ において，
AB＝30cm，AC＝50cm，AP＝3$x$cm，AQ＝5$x$cm だから，
AB：AP＝x：10…①　AC：AQ＝x：10…②
共通な角だから，∠BAC＝∠PAQ…③
①，②，③より，２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△APQ
よって，∠APQ＝∠ABC＝90°で，PQ：BC＝x：10 だから，PQ＝$40\times\frac{x}{10}=4x$(cm)
したがって，$y=\frac{1}{2}\times 3x\times 4x=6x^2$ だから，$a=6$

(2) 2点P，QがAを出発してから10秒後から15秒後のグラフは2点(10，600)，(15，0)を通る直線だから，その傾きは，$\frac{0-600}{15-10}=-120$ であるから，x と y の関係の式は，$y=-120x+b$ と表される。
グラフは点(15，0)を通るから，$0=-120\times15+b$　$b=1800$
よって，求める式は，$y=-120x+1800$

問２　(1) 点PがCで停止するのは，$(30+40)\div3=\frac{70}{3}$ (秒後)，
点QがBで停止するのは，$(50+40)\div5=18$(秒後)
よって，ウが当てはまる。

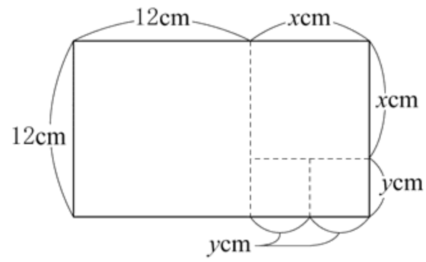
(2) 2点P，QがAを出発してから15秒後から18秒後までは，線分PQの長さは毎秒，$3+5=8$(cm)ずつ長くなるのに対し，18秒後からは，線分PQの長さは毎秒3cmずつ長くなるから，18秒後からの変化の割合は，15秒後から18秒後までの変化の割合と比べて小さい。
よって，グラフとして適するのは(Ⅰ)である。

問３　2点P，QがAを出発してから18秒後，点QはBで停止し，点PはBP$=3\times18-30=24$(cm)の位置にある。よって，$x=18$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times24\times30=360$
グラフ(Ⅰ)より，3度目に $y=500$ となるのは，$18<x$ のときである。
$18<x$ のとき，線分PQは毎秒3cmずつ長くなるから，面積は，$\frac{1}{2}\times3\times30=45$(cm^2)ずつ大きくなるので，グラフの傾きは45であり，グラフは点(18，360)を通るから，その式は，$y=45x-450$
したがって，これに，$y=500$ を代入して，$500=45x-450$　$x=\frac{190}{9}$ (秒後)

6
問１　まず，1辺の長さが4cmの正方形を1枚切り取ると，残りは，縦4cm，横2cmの長方形となる。縦4cm，横2cmの長方形は，1辺の長さが2cmの正方形2枚に切り分けられ，ここで【操作】が終わる。よって，最も小さい正方形の1辺の長さは2cm

問２　まず，1辺の長さが $n$cmの正方形を3枚切り取ると，残りは，縦 $n$cm，横1cmの長方形となる。縦 $n$cm，横1cmの長方形は，1辺の長さが1cmの正方形 n 枚に切り分けられ，ここで【操作】が終わる。よって，できる正方形の枚数は $n+3$(枚)

問３　問題のように切り分けられるとき，はじめの長方形の紙は右の図のようになる。



よって，はじめの長方形の縦の長さについて，$x+y=12$…①，1辺の長さが12cmの正方形を1枚切り取って残った長方形の横の長さについて，$x=2y$…②が成り立つので，①，②を連立方程式として解く。
②を①に代入すると，$2y+y=12$　$y=4$(cm)…③
③を②に代入すると，$x=2\times4=8$(cm)
これらは問題に適している。

問４　３種類の大きさの異なる正方形を大きさの順に大，中，小とする。
小は，中を切り取って残った長方形の紙を何等分かすることによってできるので，小が１枚ということはありえない。
小が２枚のとき，中が１枚であれば，大は，5－2－1＝2(枚)だから，**図１**のようになる。
同じように考えて，小が２枚のとき，中が２枚であれば，大は１枚だから，**図２**のようになり，
小が３枚のとき，中と大はそれぞれ１枚ずつだから，**図３**のようになる。
小の１辺の長さを $x$cm とすると，
図１において，中の１辺の長さは $2x$cm，大の１辺の長さは $3x$cm だから，全体の横の長さについて，
$3x+3x+2x=56$　$8x=56$　$x=7$ だから，全体の縦の長さは，$a=3\times7=21$(cm)
図２において，中の１辺の長さは $2x$cm，大の１辺の長さは $5x$cm だから，全体の横の長さについて，
$5x+2x=56$　$7x=56$　$x=8$ だから，全体の縦の長さは，$a=5\times8=40$(cm)
図３において，中の１辺の長さは $3x$cm，大の１辺の長さは $4x$cm だから，全体の横の長さについて，
$4x+3x=56$　$7x=56$　$x=8$ だから，全体の縦の長さは，$a=4\times8=32$(cm)

図１

図２

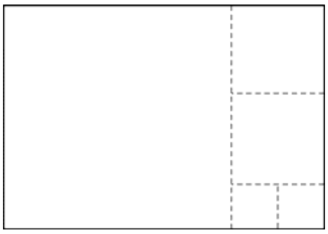


図３