

H20 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
1	問 1 −6	2	
	問 2 $5a^3b$	2	
	問 3 $60a + 100b$ 円	2	
	問 4 2	2	
	問 5 $-x + 3y$	2	
	問 6 面 ②	2	
	問 7 $9\sqrt{2}$	2	
	問 8 $y = -\frac{5}{x}$	2	
	問 9 69 度	2	
	問 10 $2^2 \times 3 \times 7$	2	
	問 11 $x = \frac{15}{8}$	2	
	問 12 $x = 4, y = -6$	2	
	問 13 $\frac{20}{3} \pi \text{ cm}^3$	2	
	問 14 8	2	

●解説

1 問 1 $-4 - 2 = -6$

問 2 $\frac{5}{3}a^2 \times 3ab = 5a^3b$

問 3 消しゴムの合計代金が $60a$ (円), ボールペンの合計代金が $100b$ (円) なので, 支払う代金の合計は, $(60a + 100b)$ 円となる。

問 4 $a^2 - b = (-3)^2 - 7 = 9 - 7 = 2$

問 5 与式 $= x + y - 2x + 2y = -x + 3y$

問 6 面イと平行になるためには, 面イと接点をもたないことになる。これば面力があてはまる。

問 7 $4\sqrt{2} + \sqrt{50} = 4\sqrt{2} + \sqrt{52} \times 2 = 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

問 8 $y = \frac{a}{x}$ に $x = 5, y = -1$ を代入すると, $a = -5$

問 9 $\angle BDA = \angle BCA = 31^\circ$ から, $\angle BAD = 180^\circ - 80^\circ - 31^\circ = 69^\circ$

問 10 $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

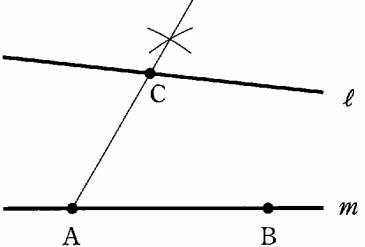
問 11 $x : 5 = 3 : 8$ より, $8x = 15$ $x = \frac{15}{8}$

問 12 $\begin{cases} 2x - y = 14 \cdots ① \\ 3x + y = 6 \cdots ② \end{cases}$ として, ①+②より, $5x = 20$, $x = 4$, ②に代入して, $y = 3 \times 4 + 6 = -6$

問 13 立体は円すいだから, 体積は, $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ})$ より, $\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 5 = \frac{20}{3} \pi (\text{cm}^3)$

問 14 変化の割合 = $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{18-2}{3-1} = 8$

●正答

問題番号		解 答	配点	備 考
2	問 1	(例) 	4	
	問 2	(1) 7通り (2) $\frac{7}{18}$	2 3	
	問 3	$a = \frac{2}{3}$	3	

●解説

2 問 1 A, B をそれぞれ中心とし、半径ABの円をかく。その交点とAを結んだ直線と ℓ との交点をCとする。

問 2 (1) $a+b$ が 5 の倍数になるのは、 $(a, b)=(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)$ の 7通り。

(2) さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ (通り) そのうち、 $\frac{b}{a}$ が整数になるのは、 $(a, b)=(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ の 14通り。よって、求める確率は、 $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

問 3 点 A の x 座標が 2 のとき、 $A(2, 4a), B\left(2, -\frac{4}{3}\right), C\left(-2, -\frac{4}{3}\right)$ とおける。 $AB = 4a + \frac{4}{3}$

$$BC = 2 + 2 = 4 \quad AB = BC \text{ より}, \quad 4a + \frac{4}{3} = 4 \quad 4a = \frac{8}{3} \quad a = \frac{2}{3}$$

H20 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
3 問 1	(例) $x = -3$ は $x^2 - 7x + a = 0$ の解だから $(-3)^2 - 7 \times (-3) + a = 0$ よって $a = -30$ この方程式は $x^2 - 7x - 30 = 0$ これを解くと $(x+3)(x-10) = 0$ $x = -3, 10$ よって、もう 1 つの解は 10 $x = 10$ は $2x + a + 5b = 0$ の解だから $2 \times 10 + (-30) + 5b = 0$ よって $b = 2$ 答え($a = -30, b = 2$)	6	
問 2	(例) $b = a + 3, c = a + 6$ と表すことができる。 よって $bc - a^2 = (a+3)(a+6) - a^2$ $= a^2 + 9a + 18 - a^2$ $= 9a + 18$ $= 9(a+2)$ $a+2$ は自然数だから、 $9(a+2)$ は 9 の倍数である。 したがって、 $bc - a^2$ の値は 9 の倍数になる。	6	

●解説

3 問 1 $x = -3$ を 2 次方程式に代入することにより、 a の値ともう一つの解が求まるので、これをもう 1 つの 1 次方程式に代入していくべき。

問 2 b は a より 3 大きく、 c は a より 6 大きくなっているので、 $b = a + 3, c = a + 6$ とおける。

$bc - a^2 = (a+3)(a+6) - a^2 = a^2 + 9a + 18 - a^2 = 9a + 18 = 9(a+2)$ $a+2$ は整数だから、 $9(a+2)$ は 9 の倍数である。よって、 $bc - a^2$ は 9 の倍数である。

H20 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答		配点	備 考
4	問 1	<p>(例)</p> <p>$\triangle ABE$ と $\triangle ADF$ で、 仮定より $\angle BAE = \angle DAF \dots \dots \textcircled{1}$ $\angle ABE = \angle ADF = 90^\circ \dots \dots \textcircled{2}$</p> <p>$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より 2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABE \sim \triangle ADF$ 相似な三角形では、対応する角が等しいから $\angle AEB = \angle AFD \dots \dots \textcircled{3}$ また、対頂角は等しいから $\angle AFD = \angle BFE \dots \dots \textcircled{4}$</p> <p>$\textcircled{3}, \textcircled{4}$ より $\angle BEF = \angle BFE$ よって、2角が等しいから $\triangle BEF$ は二等辺三角形である。 したがって $BE = BF$</p>	7	
問 2	(1)	$2\sqrt{2}$ cm	3	
	(2)	$2a - 90$ 度	4	

●解説

- 4 問 1 $BE = BF$ であることは $\triangle BEF$ が二等辺三角形であることを示すことに等しい。二等辺三角形であることを示すには、底角が等しいことを示せばよいので、 $\angle BEF = \angle BFE$ を示すように証明の流れを考える。
- 問 2 (1) $CP = CO = 1$ $OA = 2CO = 2$ $AC = 2 + 1 = 3$ $\angle CPA = 90^\circ$ より、 $\triangle CAP$ で三平方の定理を利用して、 $AP = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ (cm)
- (2) $CO = CP$ より、 $\angle CPO = \angle COP = a^\circ$ $\angle CPA = 90^\circ$ より、 $\angle OPA = 90^\circ - a^\circ$ $\triangle APO$ において、三角形の1つの外角はそのとなりにない2つの内角の和に等しいから、 $\angle PAO + \angle OPA = \angle COP$
 $\angle PAO + (90^\circ - a^\circ) = a^\circ$ $\angle PAO = 2a - 90^\circ$

H20 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号		解 答	配点	備 考
5	問 1	20 ℓ	2	
	問 2	(例) 5分後から 15分後までのグラフの傾きは $\frac{100-10}{15-5} = 9$ である。 x と y の関係の式は $y=9x+b$ と表せる。 グラフは点(5, 10)を通るから $10=45+b$ よって $b=-35$ したがって、求める式は $y=9x-35$ 答え($y=9x-35$)	6	
	問 3	4 回	4	
	問 4	4分30秒後	5	

●解説

5 問 1 $35 - 5 \times 3 = 20(\ell)$

問 2 グラフを見ると、5分後から 15分後までは、右上がりの直線であることが読み取れる。

問 3 始めてから 5分後、1回目に給水管が開く。その後 10分間で 100ℓ になり、 10ℓ まで毎分 5ℓ 排水されるので、 $(100-10) \div 5 = 18$ (分後) に給水管が開く。その後は、 $10+18=28$ (分) ごとに給水管が開く。よって、 $(90-5) \div 28 = 3 \cdots 1$ より、90分間に給水管が開くのは、 $1+3=4$ (回)

問 4 2時間=120分より、 $(120-5) \div 28 = 4 \cdots 3$ だから、そのときの水の量は $10+9 \times 3 = 37(\ell)$

給水管のみ開けたときには、毎分 $9+5=14(\ell)$ の水が入るので、 37ℓ から 100ℓ になるのは、

$(100-37) \div 14 = 4\frac{1}{2}$ (分) より、4分30秒後である。

H20 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号		解 答		配点	備 考
6	問1	(1)	6 個	3	
		(2)	$8\sqrt{2}$ cm	3	
6	問2	(例)			
		(1)	AとBを全部で10枚用いるから $x+y=10$① 1枚目から9枚目の中に、Aは $(x-1)$ 枚あり、すべて(イ)で置いたから、黒い部分の面積は $2(x-1)$ cm ² である。Bはy枚あり、黒い部分の面積は $3y$ cm ² である。また、10枚目の黒い部分の面積は4cm ² である。長方形の黒い部分の面積の合計は26cm ² であるから $2(x-1)+3y+4=26$ よって $2x+3y=24$② ①, ②より $x=6$ ①に代入して $6+y=10$ したがって $y=4$ 答え(A 6枚, B 4枚)	6	
		(2)	12 枚	5	

●解説

6 問1 (2) 対角線の長さが4cmの正方形の1辺の長さは、 $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ よって、長方形の横の長さは、もとの $2\sqrt{2}$ cmに加えて、(ア)で置くと $2\sqrt{2}$ cm、(イ)で置くと $\sqrt{2}$ cmずつ増える。したがって、求める横の長さは、 $2\sqrt{2} + 2 \times \sqrt{2} + 2 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ (cm)

問2 (2) Aを1枚並べるとき、全部が見える状態に置いても、半分見える状態に置いても、黒い部分と白い部分の面積の差は生じない。Bを1枚並べるときには、全部が見える状態に置くと黒い部分と白い部分の面積の差は生じないが、半分が見える状態に置くと黒い部分は白い部分よりも2cm²大きくなる。全体で、黒い部分は白い部分よりも8cm²大きく、Bは4枚使用しているので、Bは4枚とも半分見える状態で置かれていることがわかる。このときのBの黒い部分の面積は、 $3 \times 4 = 12$ (cm²)だから、Aの黒い部分の面積は $60 - 12 = 48$ (cm²) Aを少ない枚数にするには、全部が見える状態で並べるとよい。A1枚につき黒い部分は4cm²だから、Aの枚数は $48 \div 4 = 12$ (枚)