入試問題にチャレンジ！（１年　素因数分解、３年　展開・因数分解）

【栃木県立入試問題】

$x^2+2x-15$ を因数分解しなさい。

令和７年度

2025 を素因数分解すると，$3^{\boxed{\text{ア}}}\times 5^{\boxed{\text{イ}}}$ と表せる。ア，イに当てはまる適切な数値を求めなさい。

令和７年度

下の表は，１から 100 までの自然数を左から右へ 10 個ずつ，上から下へ順に並べたものである。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

この表中の太線で囲んだ

23	24	
	34	35

のような４つの整数の組

a	b	
	c	d

について，$bc-ad$ の値はつねに 11 になる。このことを証明しなさい。

令和７年度

3　次の $\boxed{}$ 内の先生と生徒の会話文を読んで，下の $\boxed{\boxed{}}$ 内の証明の続きを書きなさい。

先生「連続する３つの自然数をそれぞれ２乗した数の関係について考えてみましょう。最も小さい数の２乗と最も大きい数の２乗の和から，中央の数の２乗の２倍をひくと，いくつになりますか。例えば３，４，５のときはどうでしょう。」

生徒「最も小さい数３の２乗と最も大きい数５の２乗の和 $9+25=34$ から，中央の数４の２乗の２倍である $16\times2=32$ をひくと，２になりました。」

先生「それでは６，７，８のときはどうでしょう。」

生徒「最も小さい数６の２乗と最も大きい数８の２乗の和 $36+64=100$ から，中央の数７の２乗の２倍である $49\times2=98$ をひくと，また２になりました。」

先生「実は，連続する３つの自然数では，この関係がつねに成り立ちます。文字を使って証明してみましょう。」

（証明）

連続する３つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，

連続する３つの自然数は n，$n+1$，$n+2$ と表される。

最も小さい数の２乗と最も大きい数の２乗の和から，中央の数の２乗の２倍をひくと

令和６年度

$(x+3)^2$ を展開しなさい。

令和５年度

$(x+5)(x+4)$ を展開しなさい。

令和４年度

$x^2-8x+16$ を因数分解しなさい。

令和３年度

右の図は，2020年2月のカレンダーである。この中の

		4
	10	
16		

のような3つの自然数の組

		a
	b	
c		

において，b^2-ac はつねに同じ値となる。

次の □ 内の文は，このことを証明したものである。文中の ①，②，③ に当てはまる数をそれぞれ答えなさい。

> b，c をそれぞれ a を用いて表すと，
> $b=a+$ ①，$c=a+$ ② だから，
> $b^2-ac=(a+$ ① $)^2-a(a+$ ② $)$
> $=$ ③
> したがって，b^2-ac はつねに同じ値 ③ となる。

2020年
2月

日	月	火	水	木	金	土
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29

令和２年度

$(x+8)(x-8)$ を展開しなさい。

令和２年度

$(x+8)(x-6)$ を展開しなさい。

平成３１年度

$(x+4)^2$ を展開しなさい。

平成３０年度

x^2-6x　を因数分解しなさい。

平成２９年度

右の図は，あるクラスの座席を出席番号で表したものである。

この図中の

13	8
14	9

のような 4 つの整数の組

c	a
d	b

について考える。

このとき，$bc-ad$ の値はつねに 5 になることを，a を用いて証明しなさい。

教卓

26	21	16	11	6	1
27	22	17	12	7	2
28	23	18	13	8	3
29	24	19	14	9	4
30	25	20	15	10	5

平成２９年度

$(x-5)(x-7)$　を展開しなさい。

平成２８年度

x^2-4　を因数分解しなさい。

平成２７年度

連続する５つの整数がある。最も大きい数と２番目に大きい数の積から，最も小さい数と２番目に小さい数の積をひくと，中央の数の６倍になる。このことを，中央の数を n として証明しなさい。

平成２６年度

下の表は，「かけ算九九の表」の一部である。表中の $\boxed{8}$ の８は，かけられる数が４，かける数が２のときの ４×２ の値を表している。この表中の $\begin{array}{ccc}\boxed{6}&&\\&\boxed{12}&\\&&\boxed{20}\end{array}$ のような３つの整数の組 $\begin{array}{ccc}\boxed{a}&&\\&\boxed{b}&\\&&\boxed{c}\end{array}$ について考える。このとき，$a+c-2b$ の値はつねに２になる。このことを，a は，かけられる数が m，かける数が n であるものとして説明しなさい。

	かける数 1	2	3	4	5
かけられる数 1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

平成２５年度

$(2x+1)(2x-1)$　を展開しなさい。

平成２４年度

２，３，４や５，６，７のような，中央の数が３の倍数である連続する３つの整数では，最も大きい数の２乗から最も小さい数の２乗をひいた差は，12 の倍数になる。このことを証明しなさい。

平成２３年度

$(x-3)(x+8)$を展開しなさい。

平成２３年度

$(x-3)^2$　を展開しなさい。

平成２２年度

連続する４つの整数を小さい方から順に a，b，c，d とするとき，$bc-ad$ の値はつねに２になる。このことを，a を用いて説明しなさい。

平成２２年度

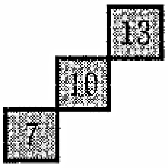
$(x+2)(x-2)$　を展開しなさい。

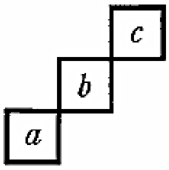
平成２１年度

84 を素因数分解しなさい。

平成２０年度

下の表は，自然数をある規則に従って並べたものの一部である。

表の中の 

のような，３つの自然数の組 

について考える。

このとき，$bc-a^2$ の値は９の倍数になることを，a を用いて説明しなさい。

平成２０年度

1	5	9	13	17	21	25	29
2	6	10	14	18	22	26	30
3	7	11	15	19	23	27	31
4	8	12	16	20	24	28	32

R７

$(x+5)(x-3)$

ア	4	イ	2

b，c，d をそれぞれ a を用いて表すと，
$b=a+1$，$c=a+11$，$d=a+12$ だから

$$\begin{aligned} bc-ad &= (a+1)(a+11)-a(a+12) \\ &= a^2+12a+11-a^2-12a \\ &= 11 \end{aligned}$$

したがって，$bc-ad$ の値はつねに 11 となる。

R６

$$\begin{aligned} n^2+(n+2)^2-2(n+1)^2 &= n^2+n^2+4n+4-2(n^2+2n+1) \\ &= 2n^2+4n+4-2n^2-4n-2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

したがって，連続する３つの自然数で，最も小さい数の２乗と最も大きい数の２乗の和から，中央の数の２乗の２倍をひくと，つねに２となる。

R５

x^2+6x+9

R４

$(x+5)(x+4)=x^2+9x+20$

R３

$(x-4)^2$

R２

①（　6　）　②（　12　）　③（　36　）

R２

x^2-64

H３１

$x^2+2x-48$

H３０

$(x+4)^2=x^2+2\times4\times x+4^2=x^2+8x+16$

H２９

$x^2-6x=x\times x+x\times(-6)=x(x-6)$

H２９

a を用いて証明するために，b，c，d をそれぞれ a の式で表す。
b は a より１大きい。c は a より５大きく，d は c より１大きいから，$b=a+1$，$c=a+5$，$d=c+1=(a+5)+1=a+6$ と表せ，これらを $bc-ad$ に代入する。
$bc-ad=(a+1)(a+5)-a(a+6)=a^2+6a+5-a^2-6a=5$
したがって，$bc-ad$ の値はつねに５になる。

H２８

$(x-5)(x-7)=x^2+\{(-5)+(-7)\}x+(-5)\times(-7)=x^2-12x+35$

$\boxed{\text{H 2 7}}$

$x^2-4=x^2-2^2=(x+2)(x-2)$

$\boxed{\text{H 2 6}}$

中央の数が n であるから，連続する５つの整数は最も小さい数から順に　$n-2$，$n-1$，n，$n+1$，$n+2$ と表される。

よって

$$
\begin{aligned}
&(n+2)(n+1)-(n-2)(n-1)\\
&=(n^2+3n+2)-(n^2-3n+2)\\
&=6n
\end{aligned}
$$

n は中央の数だから，最も大きい数と２番目に大きい数の積から，最も小さい数と２番目に小さい数の積をひくと，中央の数の６倍になる。

$\boxed{\text{H 2 5}}$

$a=mn$，$b=(m+1)(n+1)$，$c=(m+2)(n+2)$　と表すことができる。

よって

$$
\begin{aligned}
a+c-2b&=mn+(m+2)(n+2)-2(m+1)(n+1)\\
&=mn+mn+2m+2n+4-2mn-2m-2n-2\\
&=2
\end{aligned}
$$

したがって $a+c-2b$ の値はつねに２になる。

$\boxed{\text{H 2 4}}$

$(2x+1)(2x-1)=(2x)^2-1^2=4x^2-1$

$\boxed{\text{H 2 3}}$

n を整数とすると，中央の数は $3n$ と表せるので
最も小さい数は $3n-1$，最も大きい数は $3n+1$ となる。
最も大きい数の２乗から最も小さい数の２乗をひいた差は，

$$
\begin{aligned}
(3n+1)^2-(3n-1)^2&=(9n^2+6n+1)-(9n^2-6n+1)\\
&=12n
\end{aligned}
$$

n は整数だから，$12n$ は 12 の倍数である。
したがって，最も大きい数の２乗から最も小さい数の２乗をひいた差は 12 の倍数である。

$\boxed{\text{H 2 3}}$

$(x-3)(x+8)=x^2+(-3+8)\times x+(-3)\times 8=x^2+5x-24$

$\boxed{\text{H２２}}$

$(x-3)^2=x^2-2\times3x+9=x^2-6x+9$

$\boxed{\text{H２２}}$

b，c，d をそれぞれ a を用いて表すと，

$b=a+1$，$c=a+2$，$d=a+3$　となる。

よって $bc-ad=(a+1)(a+2)-a(a+3)$

$=a^2+3a+2-a^2-3a$

$=2$

したがって，$bc-ad$ の値はつねに２になる。

$\boxed{\text{H２１}}$

$(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$

$\boxed{\text{H２０}}$

$84=2^2\times3\times7$

$\boxed{\text{H２０}}$

$b=a+3$，$c=a+6$　と表すことができる。

よって $bc-a^2=(a+3)(a+6)-a^2$

$=a^2+9a+18-a^2$

$=9a+18$

$=9(a+2)$

$a+2$ は自然数だから，$9(a+2)$は９の倍数である。

したがって，$bc-a^2$ の値は９の倍数になる。