

入試問題にチャレンジ! (1, 2, 3年 複合関数)

【栃木県立入試問題】

2 図1のような深さ40 cmの直方体の水そうの底に、直方体 $ABCD-EFGH$ のブロックが長方形 $EFGH$ を底面にして固定されている。この水そうを満水にし、水そうの底に取り付けられた排水口から毎分一定の量で排水した。図2は、排水を始めてから x 分後の水面の高さを y cmとして、 x と y の関係をグラフに表したものである。

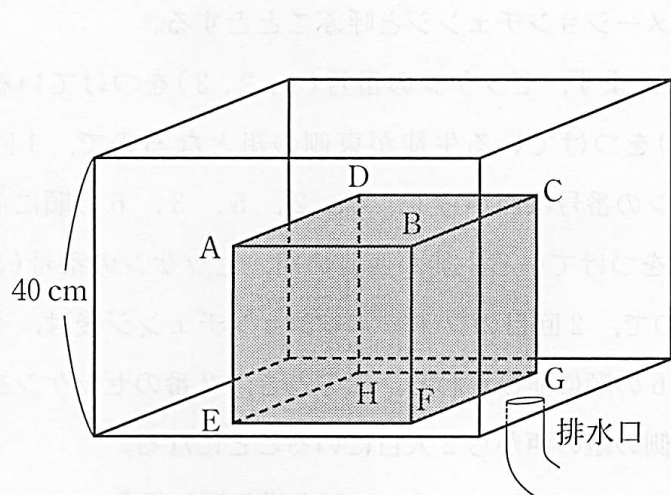


図1

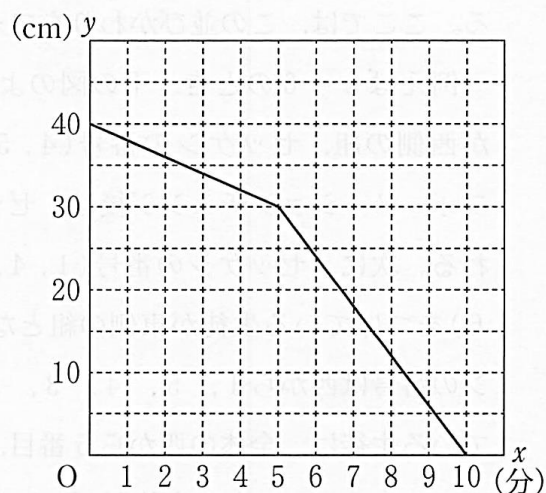


図2

このとき、次の(1), (2), (3)の問いに答えなさい。

(1) AE の長さを求めなさい。

(2) 排水を始めて5分後から10分後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(3) 水そうの水がなくなった後、長方形 $BCGF$ が底面になるようにブロックの向きを変え、水そうの底に固定した。ここから再び水そうを満水にし、排水口から1度目の排水のときと同じ一定の量で排水したところ、排水し始めてから5分後の水面の高さは1度目の排水のときと比べて4 cm 低かった。このとき、 AB の長さを求めなさい。ただし、ブロックの向きを変えて固定しても、ブロックが水そうの外にはみ出ることはないものとする。

	(1)	30 (cm)	3 点	
2	(2)	<p>(例)</p> <p>排水を始めて 5 分後から 10 分後までの グラフの傾きは</p> $\frac{0 - 30}{10 - 5} = -6$ <p>であるから, x と y の関係の式は</p> <p>$y = -6x + b$ と表される。</p> <p>グラフは点 (10, 0) を通るから,</p> $0 = -6 \times 10 + b$ <p>よって $b = 60$</p> <p>したがって, 求める式は $y = -6x + 60$</p> <p style="text-align: right;">答え ($y = -6x + 60$)</p>		6 点
	(3)	$\frac{65}{2}$ (cm)	4 点	

2 図1のように、 $AB = a$ cm、 $BC = b$ cm の長方形 ABCD と、1 辺の長さが 6 cm の正方形の右上部から1 辺の長さが 3 cm の正方形を切り取った L 字型の図形 EFGHIJ がある。辺 BC と辺 FG は直線 ℓ 上にあり、点 C と点 F は同じ位置にある。図形 EFGHIJ を固定し、長方形 ABCD を直線 ℓ に沿って秒速 1 cm で点 B が点 G と同じ位置になるまで移動させる。図2のように、長方形 ABCD が移動し始めてから x 秒後の 2 つの図形が重なった部分の面積を y cm² とする。ただし、点 C と点 F、点 B と点 G が同じ位置にあるときは $y = 0$ とする。

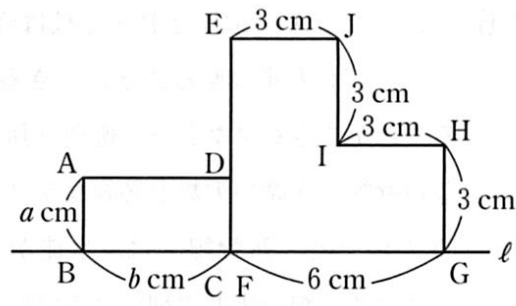


図 1

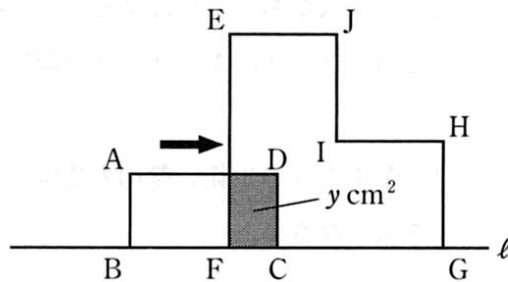


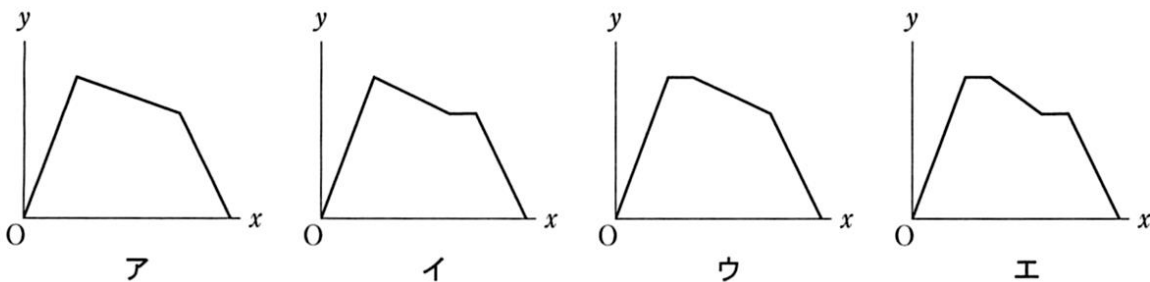
図 2

このとき、次の(1)、(2)、(3)の問いに答えなさい。

- (1) $a = 2$ 、 $b = 4$ とする。下の表は x と y の関係をまとめたものである。表の①、②に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。

x	0	1	...	4	...	7	...	10
y	0	2	...	①	...	②	...	0

- (2) $a = 4$ 、 $b = 2$ とする。長方形 ABCD が移動し始めてから移動が終わるまでの x と y の関係を表すグラフとして適切なものを、次のア、イ、ウ、エのうちから 1 つ選んで、記号で答えなさい。



- (3) $a = 4$ 、 $b = 4$ とする。 x と y の関係を表すグラフは図3のようになった。2 つの図形が重なった部分の面積が、長方形 ABCD が移動し始めてから 3 秒後の面積と再び同じ値になるのは、長方形 ABCD が移動し始めてから何秒後か求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

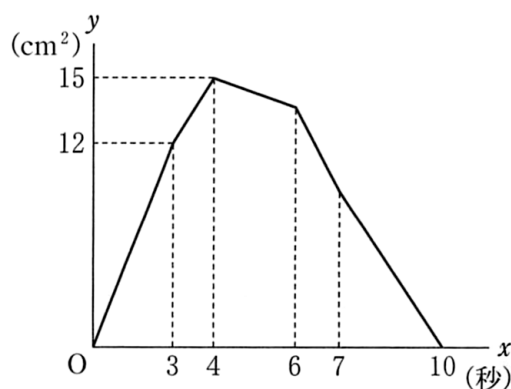


図 3

(1) ① (8) ②, (6)

(2) 工

(例)

グラフより、重なった部分の面積が、3秒後の面積と再び同じ12になるのは、
 $6 \leq x \leq 7$ のときである。

$x = 6$ のとき $y = 13$, $x = 7$ のとき $y = 9$ だから、

2点(6, 13), (7, 9)を通る直線の式を求めると、

傾きは

$$\frac{9 - 13}{7 - 6} = -4$$

であるから、直線の式は $y = -4x + b$ と表される。

また、グラフは点(6, 13)を通るから

(3) $13 = -4 \times 6 + b$

$$b = 37$$

よって、2点を通る直線の式は $y = -4x + 37$ である。

$y = 12$ を代入すると

$$12 = -4x + 37$$

$$x = \frac{25}{4}$$

この解は問題に適している。

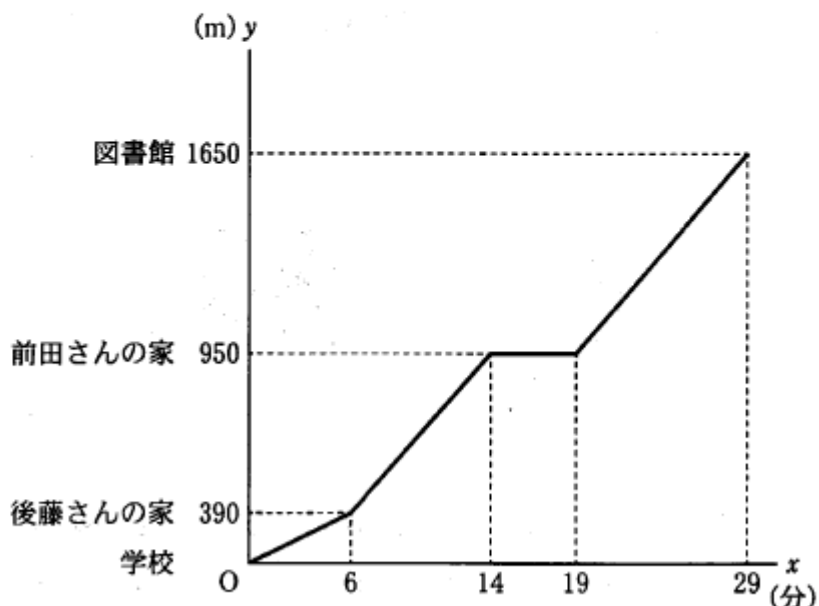
答え($\frac{25}{4}$ 秒後)

2 ある日の放課後、前田さんは友人の後藤さんと図書館に行くことにした。学校から図書館までの距離は1650 mで、その間に後藤さんの家と前田さんの家がこの順に一直線の道沿いにある。

2人は一緒に学校を出て一定の速さで6分間歩いて、後藤さんの家に着いた。後藤さんが家で準備をするため、2人はここで別れた。その後、前田さんは毎分70 mの速さで8分間歩いて、自分の家に着き、家に着いてから5分後に毎分70 mの速さで図書館に向かった。

右の図は、前田さんが図書館に着くまでのようすについて、学校を出てからの時間を x 分、学校からの距離を y mとして、 x と y の関係をグラフに表したものである。

このとき、次の(1)、(2)、(3)の問いに答えなさい。



- (1) 2人が学校を出てから後藤さんの家に着くまでの速さは毎分何 m か。
- (2) 前田さんが後藤さんと別れてから自分の家に着くまでの x と y の関係を式で表しなさい。
ただし、途中の計算も書くこと。
- (3) 後藤さんは準備を済ませ、自転車に乗って毎分210 mの速さで図書館に向かい、図書館まで残り280 mの地点で前田さんに追いついた。後藤さんが図書館に向かうために家を出たのは、家に着いてから何分何秒後か。

(1)	(毎分)65(m)
(2)	<p>(例)</p> <p>xとyの関係の式は$y = 70x + b$と表せる。</p> <p>グラフは点(6, 390)を通るので</p> $390 = 70 \times 6 + b$ $b = -30$ <p>したがって、求める式は $y = 70x - 30$</p> <p>答え($y = 70x - 30$)</p>
(3)	14(分)20(秒後)

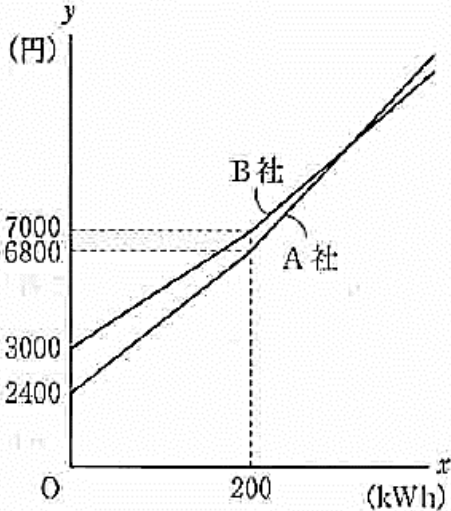
【栃木県立入試問題】

2 太郎さんは課題学習で2つの電力会社、A社とB社の料金プランを調べ、右の表のようにまとめた。

会社	基本料金	電力量料金(1 kWh あたり)	
A	2400 円	0 kWh から 200 kWh まで	22 円
		200 kWh を超えた分	28 円
B	3000 円	0 kWh から 200 kWh まで	20 円
		200 kWh を超えた分	24 円

例えば、電気使用量が250 kWhのとき、A社の料金プランでは、基本料金2400円に加え、200 kWhまでは1 kWhあたり22円、200 kWhを超えた分の50 kWhについては1 kWhあたり28円の電力量料金がかかるため、電気料金は8200円となることがわかった。

(式) $2400 + 22 \times 200 + 28 \times 50 = 8200$ (円)
また、電気使用量を x kWh とするときの電気料金を y 円として x と y の関係をグラフに表すと、右の図のようになった。



- このとき、次の(1)、(2)、(3)の問いに答えなさい。
- (1) B社の料金プランで、電気料金が9400円のときの電気使用量を求めなさい。
- (2) A社の料金プランについて、電気使用量が200 kWhを超えた範囲での x と y の関係を表す式を求めなさい。

(3) 次の 内の先生と太郎さんの会話文を読んで、下の問いに答えなさい。

先生「先生の家で契約しているC社の料金プランは、右の表のようになっています。まず、A社の料金プランと比べてみよう。」

会社	基本料金	電力量料金(1 kWh あたり)
C	2500 円	電気使用量に関係なく 25 円

太郎「電気使用量が200 kWhのときC社の電気料金は7500円になるから、200 kWhまではA社の方が安いと思います。」

先生「それでは、電気使用量が0以上200 kWh以下の範囲でA社の方が安いことを、1次関数のグラフを用いて説明してみよう。」

太郎「 $0 \leq x \leq 200$ の範囲では、グラフは直線で、A社のグラフの切片2400はC社のグラフの切片2500より小さく、A社のグラフが通る点(200, 6800)はC社のグラフが通る点(200, 7500)より下にあるので、A社のグラフはC社のグラフより下側にあり、A社の方が安いといえます。」

先生「次に、B社とC社の電気料金を、電気使用量が200 kWh以上の範囲で比べてみよう。」

太郎「 $x \geq 200$ の範囲では、グラフは直線で、 ので、B社のグラフはC社のグラフより下側にあり、B社の方が安いといえます。」

先生「わかりやすい説明ですね。先生の家でも料金プランを見直してみるね。」

 では、太郎さんが、 $x \geq 200$ の範囲でB社のグラフがC社のグラフより下側にある理由を正しく説明している。 に当てはまる説明を、下線部を参考にグラフが通る点とグラフの傾きに着目して書きなさい。

2、

(1) 200kWh以降のB社のグラフの式を求めよ

$$y = 24x + b \quad \text{に}$$

(200, 7000) を代入する

$$7000 = 24 \times 200 + b$$

$$b = 7000 - 4800$$

$$b = 2200$$

$$\text{したがって } y = 24x + 2200$$

 $y = 9400$ を代入する

$$9400 = 24x + 2200$$

$$24x = 7200$$

$$x = 300$$

したがって 300 kWh

表の右端の数字は
グラフの代価である

$$(2) \quad y = 28x + b \quad \text{に}$$

(200, 6800) を代入する

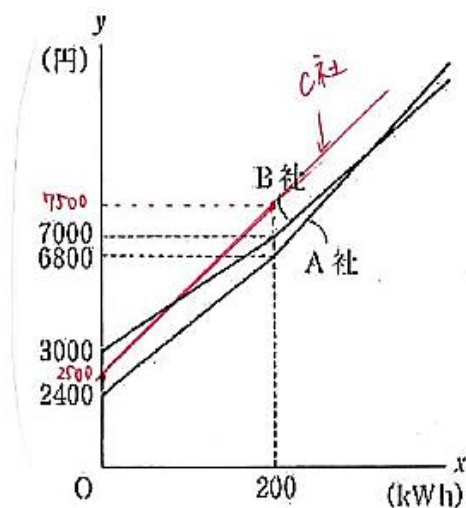
$$6800 = 28 \times 200 + b$$

$$b = 6800 - 5600$$

$$b = 1200$$

$$\text{したがって } y = 28x + 1200$$

(3)

C社は (200, 7500) であり: $200 \leq x$ で代価は 25B社は (200, 7000) であり: $200 \leq x$ で代価は 24B社は、 $x=200$ のとき C社より下になり、 $200 \leq x$ で、

代価は C社より小さい

- 5 図1のような、 $AB = 10\text{ cm}$ 、 $AD = 3\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。
 点 P は A から、点 Q は D から同時に動き出し、ともに毎秒 1 cm の速
 さで点 P は辺 AB 上を、点 Q は辺 DC 上を繰り返し往復する。ここで
 「辺 AB 上を繰り返し往復する」とは、辺 AB 上を $A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ と
 一定の速さで動くことであり、「辺 DC 上を繰り返し往復する」とは、
 辺 DC 上を $D \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow \dots$ と一定の速さで動くことである。

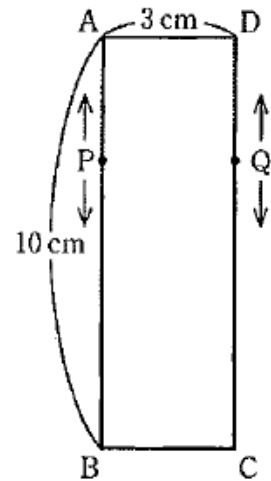


図1

2 点 P 、 Q が動き出してから、 x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とす
 る。ただし、点 P が A にあるとき、 $y = 0$ とする。
 このとき、次の1、2、3の問いに答えなさい。

- 2 点 P 、 Q が動き出してから6秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。
- 図2は、 x と y の関係を表したグラフの一部である。2 点 P 、 Q が動き出して10秒後から
 20秒後までの、 x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

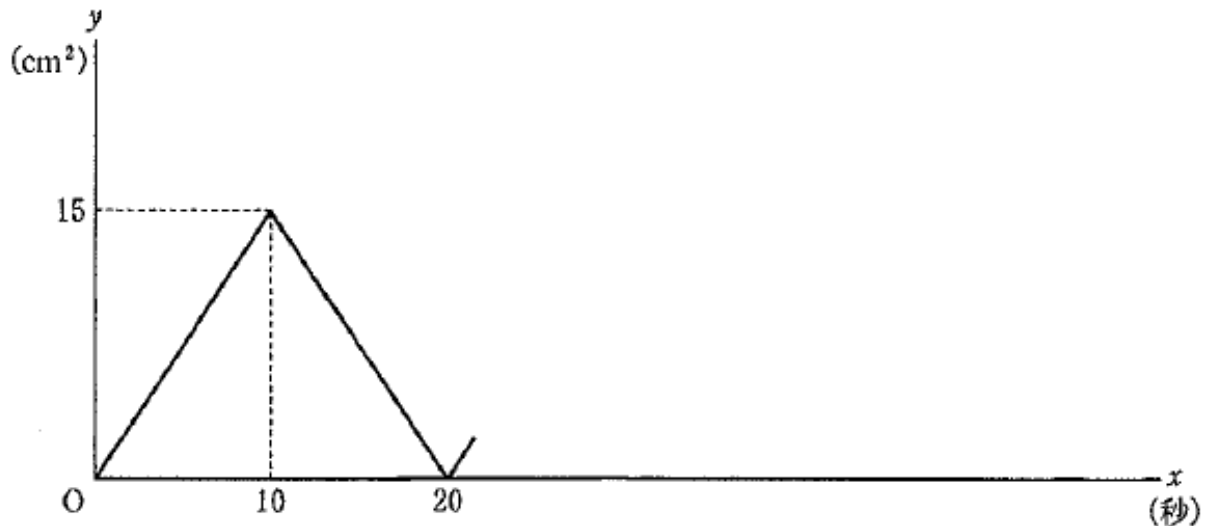


図2

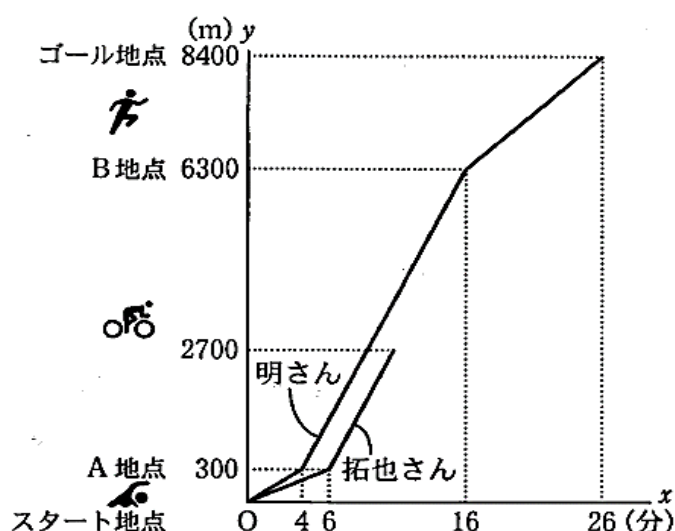
- 点 R は A に、点 S は D にあり、それぞれ静止している。2 点 P 、 Q が動き出してから10
 秒後に、2 点 R 、 S は動き出し、ともに毎秒 0.5 cm の速さで点 R は辺 AB 上を、点 S は辺
 DC 上を、2 点 P 、 Q と同様に繰り返し往復する。

このとき、2 点 P 、 Q が動き出してから t 秒後に、 $\triangle APQ$ の面積と四角形 $BCSR$ の面積が等
 しくなった。このような t の値のうち、小さい方から3番目の値を求めなさい。

5	1	9 (cm ²)	1は3点 2は7点 3は5点	15
	2	<p>(例)</p> <p>点Pが動き出して10秒後から20秒後までのグラフの傾きは</p> $\frac{0-15}{20-10} = -\frac{3}{2}$ <p>であるから、xとyの関係の式は $y = -\frac{3}{2}x + b$ と表される。</p> <p>グラフは点(20, 0)を通るから</p> $0 = -\frac{3}{2} \times 20 + b$ <p>よって $b = 30$</p> <p>したがって、求める式は $y = -\frac{3}{2}x + 30$</p> <p style="text-align: right;">答え($y = -\frac{3}{2}x + 30$)</p>		
	3	($t =$)65		

- 5 明さんと拓也さんは、スタート地点から A 地点までの水泳 300 m、A 地点から B 地点までの自転車 6000 m、B 地点からゴール地点までの長距離走 2100 m で行うトライアスロンの大会に参加した。

右の図は、明さんと拓也さんが同時にスタートしてから x 分後の、スタート地点からの道のりを y m とし、明さんは、水泳、自転車、長距離走のすべての区間を、拓也さんは、水泳の区間と自転車の一部の区間を、それぞれグラフに表したものである。



ただし、グラフで表した各区間の速さは一定とし、A 地点、B 地点における各種目の切り替えに要する時間は考えないものとする。

次の 内は、大会後の明さんと拓也さんの会話である。

明 「今回の大会では、水泳が 4 分、自転車が 12 分、長距離走が 10 分かかったよ。」

拓也 「僕は A 地点の通過タイムが明さんより 2 分も遅れていたんだね。」

明 「次の種目の自転車はどうだったの。」

拓也 「自転車の区間のグラフを見ると、2 人のグラフは平行だから、僕の自転車がパンクするまでは明さんと同じ速さで走っていたことがわかるね。パンクの修理後は、速度を上げて走ったけれど、明さんには追いつけなかったよ。」

このとき、次の 1. 2. 3. 4 の問いに答えなさい。

- 1 水泳の区間において、明さんが泳いだ速さは拓也さんが泳いだ速さの何倍か。
- 2 スタートしてから 6 分後における、明さんの道のりと拓也さんの道のりとの差は何 m か。
- 3 明さんの長距離走の区間における、 x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。
- 4 内の下線部について、拓也さんは、スタート地点から 2700 m の地点で自転車がパンクした。その場ですぐにパンクの修理を開始し、終了後、残りの自転車の区間を毎分 600 m の速さで B 地点まで走った。さらに、B 地点からゴール地点までの長距離走は 10 分かかり、明さんより 3 分遅くゴール地点に到着した。

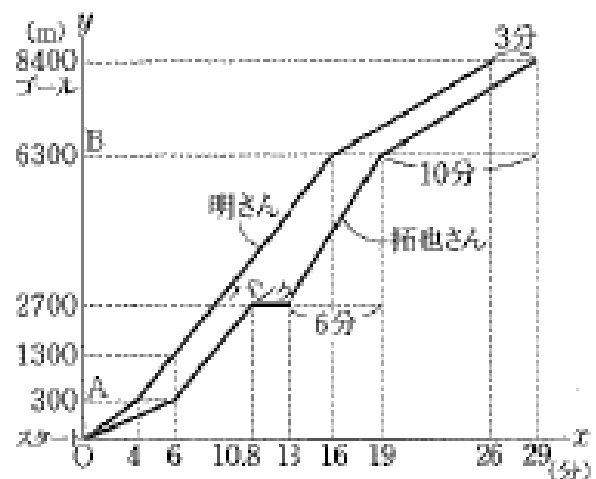
このとき、拓也さんがパンクの修理にかかった時間は何分何秒か。

5	1	1.5(倍)	2	1000(m)	17	
	3	<p>(例)</p> <p>明さんの長距離走の区間のグラフの傾きは</p> $\frac{8400 - 6300}{26 - 16} = 210$ <p>であるから、xとyの関係の式は $y = 210x + b$ と表される。</p> <p>グラフは点(16, 6300)を通るから</p> $6300 = 210 \times 16 + b$ <p>よって $b = 2940$</p> <p>したがって、求める式は $y = 210x + 2940$</p> <p style="text-align: right;">答え($y = 210x + 2940$)</p>				<p>1は3点</p> <p>2は3点</p> <p>3は6点</p> <p>4は5点</p>
	4	2(分)12(秒)				

⑤1 水泳の区間300mを明さんは4分で泳ぐから、分速 $300 \div 4 = 75(\text{m})$ 拓也さんは6分で泳ぐから、分速 $300 \div 6 = 50(\text{m})$ 明さんが泳いだ速さは拓也さんが泳いだ速さの $75 \div 50 = 1.5(\text{倍})$

2 スタートしてから6分後、拓也さんはA地点にいるから300m進んだ。一方、明さんはスタートしてから4分後、300m進んだA地点にいる。その後、6分後までの2分間は自転車で進む。明さんの自転車は、 $16 - 4 = 12(\text{分間})$ に $6300 - 300 = 6000(\text{m})$ 進むから、分速 $6000 \div 12 = 500(\text{m})$ スタートしてから4分後から6分後までの2分間に $500 \times 2 = 1000(\text{m})$ 進む。スタートしてから6分後における2人の道のりの差は $(300 + 1000) - 300 = 1000(\text{m})$

3 明さんの長距離走の区間における x と y の関係は、グラフで $16 \leq x \leq 26$ のとき、2点(16, 6300), (26, 8400)を通る直線の式を求めればよい。 $y = ax + b$ で
 $6300 = 16a + b \cdots \text{①}$ $8400 = 26a + b \cdots \text{②}$
 ②-①より $2100 = 10a$, $a = 210$ これを①に代入して $6300 = 16 \times 210 + b$,
 $b = 2940$ したがって $y = 210x + 2940$



4 2人の会話から明さんと拓也さんはパンクするまで自転車を同じ速さで走らせている。自転車は分速500m、拓也さんは自転車を $2700 - 300 = 2400(\text{m})$ 走らせるから $2400 \div 500 = 4.8(\text{分})$ パンクしたのはスタートしてから $6 + 4.8 = 10.8(\text{分後})$ 修理が終わってからの、残りの自転車の区間は $6300 - 2700 = 3600(\text{m})$ 分速600mで走るから $3600 \div 600 = 6(\text{分})$ かかり、長距離走の区間は10分で走った。拓也さんがゴールしたのは明さんがゴールした26分より3分遅い29分。パンクの修理に t 分かかったとすると $10.8 + t + 6 + 10 = 29$, $t = 2.2(\text{分}) = 2\text{分} + 0.2 \times 60\text{秒} = 2\text{分}12\text{秒}$

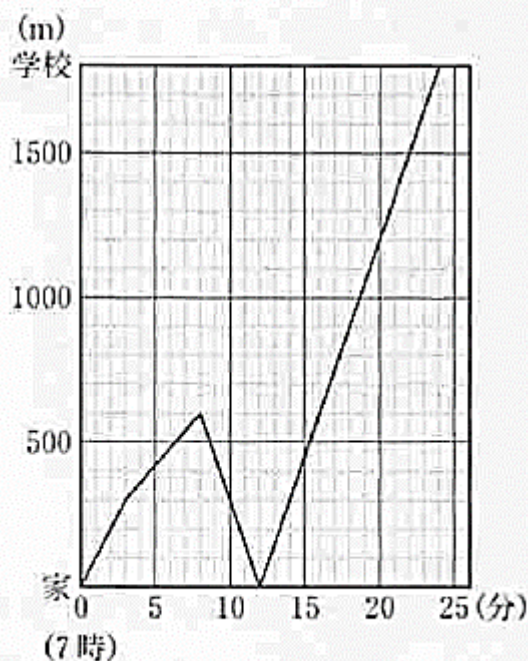
ある日、あすかさんは、7時ちょうどに家を出て1800 m先の学校に向かった。家を出てから毎分100 mの速さで3分間歩き、友人と合流した。その後、毎分60 mの速さで5分間歩いたところで忘れ物に気がついたため、友人と別れ1人で家まで毎分150 mの速さで走って戻った。忘れ物をかばんに入れた後、学校まで毎分150 mの速さで走った。ただし、あすかさんの通学路は一直線であり、友人と合流する際の待ち時間と、家に戻ってから忘れ物をかばんに入れて再び家を出るまでの時間は考えないものとする。

右の図は、あすかさんが学校まで移動したようすについて、7時ちょうどに家を出てからの時間と家からの距離との関係をグラフに表したものである。

このとき、次の1、2、3の問いに答えなさい。

1 あすかさんが家を出てから忘れ物に気がつくまでに歩いた距離を答えなさい。

2 あすかさんがはじめに家を出てからの時間を x 分、家からの距離を y m として、あすかさんが友人と合流したときから忘れ物に気がついたときまでの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。



3 あすかさんの兄の太郎さんは、あすかさんと同じ通学路で同じ学校に通っている。次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) この日、太郎さんは、7時6分に家を出て一定の速さで学校に向かい、あすかさんよりも1分遅く学校に着いた。このとき、太郎さんが家を出てから学校まで移動したようすを表すグラフを、図にかき入れなさい。

(2) この日、太郎さんが7時3分に家を出て毎分100 mの速さで学校に向かったとすると、太郎さんとあすかさんがすれ違うのは家から何 m の地点か。

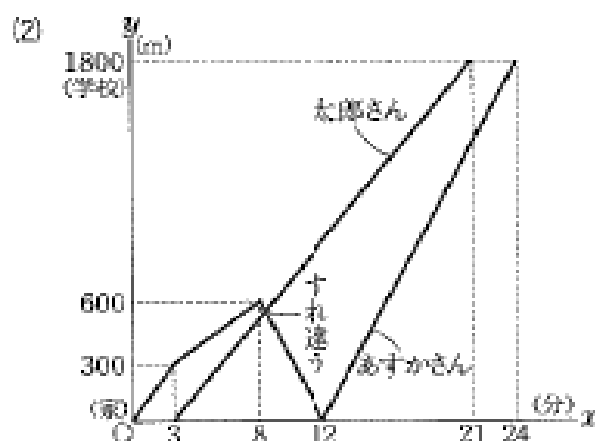
5	1	600(m)			17	
	2	<p>(例)</p> <p>あすかさんが友人と合流したときから忘れ物に気がついたときまでのグラフの傾きは60であるから、xとyの関係の式は</p> $y = 60x + b$ <p>と表すことができる。</p> <p>グラフは点(3, 300)を通るから</p> $300 = 60 \times 3 + b$ <p>よって $b = 120$</p> <p>したがって、求める式は</p> $y = 60x + 120$	3	<p>(1)</p>		<p>1 は 2 点</p> <p>2 は 6 点</p> <p>3(1) は 4 点</p> <p>3(2) は 5 点</p>
		<p>答え ($y = 60x + 120$)</p>	(2)	540(m)		

5 1 あすかさんは家を出てから毎分 100m の速さで 3 分、毎分 60m の速さで 5 分歩いてから忘れ物に気がついた。歩いた距離は $100 \times 3 + 60 \times 5 = 300 + 300 = 600$ (m)

* グラフから 600m を読み取ることもできる。

2 あすかさんが、友人と合流したときから忘れ物に気がついたときまでは $3 \leq x \leq 8$ このときの速さは、毎分 60m 速さは直線の傾きに等しいから $y = 60x + b$ と表せる。グラフは点(3, 300)を通るから $300 = 60 \times 3 + b$, $b = 120$ より $y = 60x + 120$

3(1) 太郎さんは 7 時 6 分に家を出て一定の速さで学校に向かうから、グラフは直線である。図から、あすかさんが学校に着くのは 7 時 24 分。太郎さんは、あすかさんより 1 分遅く学校に着くから太郎さんが学校に着くのは 7 時 25 分。太郎さんが移動したようすを表すグラフは、2 点(6, 0)、(25, 1800)を結ぶ線分になる。



太郎さんの速さは毎分 100m、速さは直線の傾きに等しいから $y = 100x + c$ と表せる。7 時 3 分に家を出るから点(3, 0)を通る。 $0 = 100 \times 3 + c$, $c = -300$ より $y = 100x - 300 \cdots \textcircled{1}$ 太郎さんとあすかさんがすれ違うのは $8 \leq x \leq 12$ のとき。あすかさんは毎分 150m の速さで家に戻るから傾きは負で -150 , $y = -150x + d$ と表せる。あすかさんは 7 時 12 分に家に着くから点(12, 0)を通る。 $0 = -150 \times 12 + d$ $d = 1800$ より $y = -150x + 1800 \cdots \textcircled{2}$ ①, ②のグラフの交点の y 座標が、太郎さんとあすかさんがすれ違う地点の家からの距離を表す。 ① $\times 3 + \textcircled{2} \times 2$ より $5y = 2700$, $y = 540$, 540m の地点。

図1のような直角三角形ABCがあり、 $AB = 30\text{ cm}$ 、 $BC = 40\text{ cm}$ 、 $CA = 50\text{ cm}$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$ である。点PはAを出発し、毎秒3 cmの速さで辺上を $A \rightarrow B \rightarrow C$ の順に進み、Cで停止する。また、点Qは点Pが出発すると同時にAを出発し、毎秒5 cmの速さで辺上を $A \rightarrow C \rightarrow B$ の順に進み、Bで停止する。

2点P、QがAを出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とする。ただし、2点P、Qが一致したとき、 $y = 0$ とする。

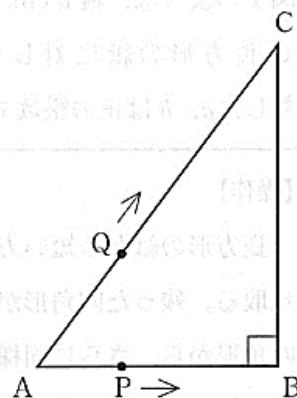


図1

このとき、次の1、2、3の問いに答えなさい。

1 図2は、 x と y の関係を表したグラフの一部である。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

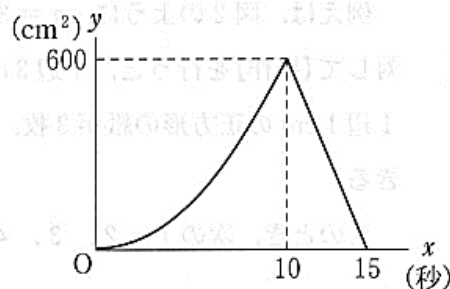
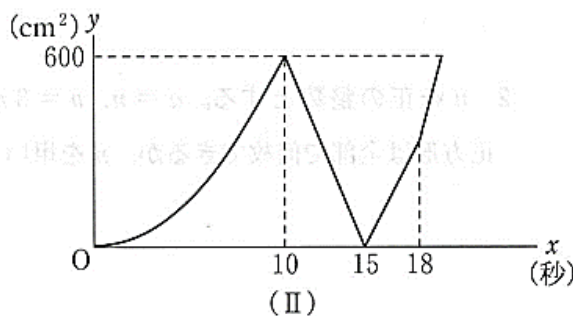
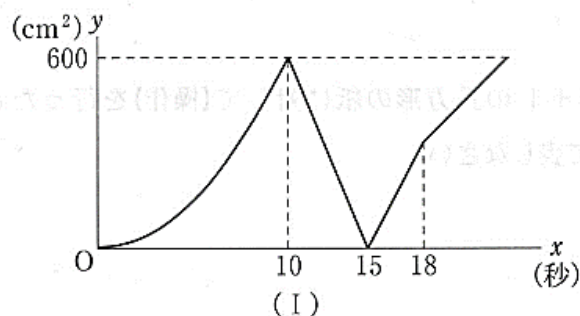


図2

(1) 2点P、QがAを出発してから10秒後までの x と y の関係は、 $y = ax^2$ と表される。 a の値を求めなさい。

(2) 2点P、QがAを出発して10秒後から15秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

2 下の 内の文章は、2点P、Qが停止するまでの x と y の関係を表すグラフとして、次の(I)、(II)のどちらのグラフが適するかを述べたものである。



2点P、QがAを出発してから18秒後、(①)にある。18秒後からの関数の変化の割合は、15秒後から18秒後までの変化の割合と比べて(②)になるので、グラフとして適するものは(③)である。

このとき、次の(1)、(2)の問いについて、ア、イ、ウ、エのうちから最も適当なものをそれぞれ1つ選んで、記号で答えなさい。

(1) 内の文章の①に当てはまる語句はどれか。

ア 点PはB イ 点PはC ウ 点QはB エ 点QはC

(2) 内の文章の②と③に当てはまる語句とグラフの組み合わせはどれか。

ア ②-小さく ③-(I) イ ②-小さく ③-(II)

ウ ②-大きく ③-(I) エ ②-大きく ③-(II)

3 $\triangle APQ$ の面積が3度目に 500 cm^2 となるのは、2点P、QがAを出発してから何秒後か。

5	1	(1)	(a =) 6		17		
		(2)	<p>(例)</p> <p>2点P, QがAを出発してから10秒後から15秒後までのグラフの傾きは</p> $\frac{0 - 600}{15 - 10} = -120$ <p>であるから, xとyの関係の式は $y = -120x + b$ と表される。</p> <p>グラフは点(15, 0)を通るから</p> $0 = -120 \times 15 + b$ <p>よって $b = 1800$</p> <p>したがって, 求める式は $y = -120x + 1800$</p> <p style="text-align: right;">答え ($y = -120x + 1800$)</p>				
		2	(1)	ウ		(2)	ア
		3	$\frac{190}{9}$ (秒後)				

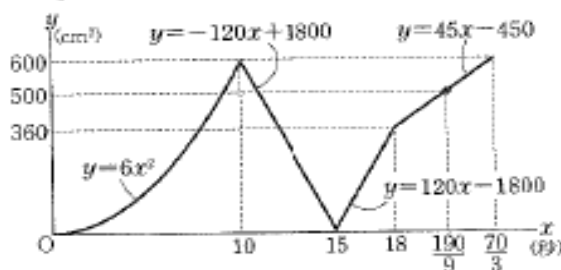
5 1 (1) $0 \leq x \leq 10$ のとき, $y = ax^2$ このグラフは点(10, 600)を通るから

$$600 = a \times 10^2, 100a = 600, a = 6$$

(2) 2点(10, 600), (15, 0)を通る直線の式を求めてもよい。 $y = mx + n$ とすると

$$600 = 10m + n \cdots \text{①} \quad 0 = 15m + n \cdots \text{②}$$

①, ②より $m = -120, n = 1800$ だから $y = -120x + 1800$



2 (1) 出発してから18秒後, 点Pは毎秒3cmで進むから $3 \times 18 = 54$, Bからでは $54 - 30 = 24$ (cm) 進む。点Qは毎秒5cmで進むから $5 \times 18 = 90$, $AC + CB = 50 + 40 = 90$ (cm) だから, 点QはB上にあり, ウ。

(2) $x = 15$ のとき $y = 0$ になるから, 15秒後2点P, Qは辺BC上ですれ違う。18秒後点Pは $3 \times 18 = 54$ (cm) 進む。点QはB上にあるから $PQ = PB = 54 - 30 = 24$ (cm) $y = 24 \times 30 \div 2 = 360$ $15 \leq x \leq 18$ のとき, 直線は2点(15, 0), (18, 360)を通る。これを $y = cx + d$ とすると $0 = 15c + d$, $360 = 18c + d$ より $c = 120, d = -1800$, $y = 120x - 1800$ また, 点PはAからCまで $(30 + 40) \div 3 = \frac{70}{3}$ (秒) かかる。P

がC上に着くとき, $PQ = CB = 40$ cm だから $y = 40 \times 30 \div 2 = 600$ $18 \leq x \leq \frac{70}{3}$ のとき, 直線は2点(18, 360), $(\frac{70}{3}, 600)$

を通る。これを $y = ex + f$ とすると $360 = 18e + f$, $600 = \frac{70}{3}e + f$ となるから $e = 45, f = -450$ より $y = 45x - 450$ 18秒後からの変化の割合は45, 15秒後から18秒後までの変化の割合は120だから, 18秒後からの変化の割合の方が小さく(直線の傾きが小さく), ①のグラフが適し, ア。

3 $\triangle APQ$ の面積が3度目に 500 cm^2 になるのは $18 \leq x \leq \frac{70}{3}$ のとき, $y = 45x - 450$ に $y = 500$ を代入して $500 = 45x - 450$ $45x = 950, x = \frac{950}{45} = \frac{190}{9}$ (秒後)

図1のように、2つの水そう A, B がある。どちらの水そうにも毎分一定の量で排水できる栓がついており、その量は変えることができる。また、水そう A からの排水はすべて水そう B に入ることとし、2つの水そうは十分に大きく、水があふれることはないものとする。

2つの水そうの栓を閉じて、2つの水そうに水を入れた状態から、同時に排水することを2回行った。排水を始めてから x 分後の水そう B の水の量を y L とする。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

問1 1回目は、水そう A に 120 L、水そう B に 80 L の水を入れた状態から、水そう A は毎分 6 L、水そう B は毎分 4 L の割合で同時に排水を始めた。図2は、 x と y の関係を表したグラフである。

このとき、次の(1)、(2)、(3)の問いに答えなさい。

(1) 排水を始めてから 3 分後の水そう B の水の量は何 L か。

(2) 水そう A と水そう B の水の量が初めて等しくなるのは、排水を始めてから何分後か。

(3) 排水を始めて 20 分後から 50 分後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問2 2回目は、水そう A に 150 L、水そう B に 110 L の水を入れた状態から、水そう A は毎分 6 L、水そう B は毎分 7 L の割合で同時に排水を始めた。水そう A の水がなくなった後、しばらく時間がたつてから、水そう B を毎分 4 L の割合で排水するように変えたところ、同時に排水を始めてから 40 分後に水そう B の水がなくなった。水そう B の排水を毎分 4 L に変えたのは、同時に排水を始めてから何分何秒後か。

図1

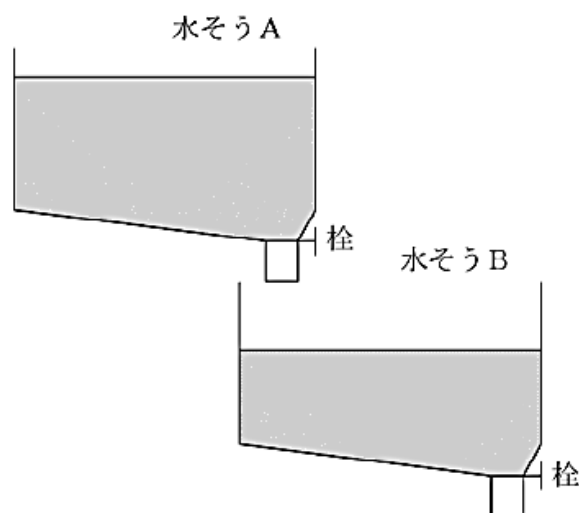
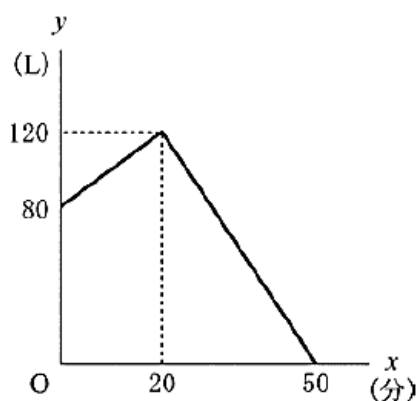


図2



問題番号		解 答		配点	備 考
5	問 1	(1)	86 (L)	2	
		(2)	5 (分後)	3	
		(3)	(例) 排水を始めて 20 分後から 50 分後までのグラフの傾きは $\frac{0-120}{50-20} = -4$ であるから、 x と y の関係の式は $y = -4x + b$ と表される。 グラフは点 (50, 0) を通るから $0 = -4 \times 50 + b$ よって $b = 200$ したがって、求める式は $y = -4x + 200$ 答え ($y = -4x + 200$)	7	
	問 2	33 (分) 20 (秒後)		5	

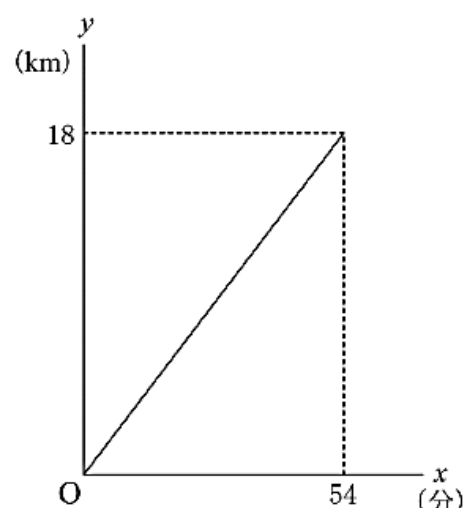
- 5 問 1 (1) 水そう A から 3 分間に排水される水の量は、 $6 \times 3 = 18$ (L)
 水そう B から 3 分間に排水される水の量は、 $4 \times 3 = 12$ (L)
 よって、求める水の量は、 $80 + 18 - 12 = 86$ (L)
- (2) 水そう A の水がなくなるのは、排水を始めてから $120 \div 6 = 20$ (分後) だから、
 水そう A と水そう B の水の量が初めて等しくなるのは、 $0 \leq x \leq 20$ のときである。
 図 2 のグラフより、 $0 \leq x \leq 20$ のときの x と y の関係は $y = 2x + 80$ と表される。
 また、排水を始めてから x 分後の水そう A の水の量は、 $120 - 6x$ (L) と表されるから、
 $120 - 6x = 2x + 80 \quad -8x = -40 \quad x = 5$ この解は問題に適している。
- (3) 図 2 より、 $20 \leq x \leq 50$ のときのグラフの傾きは、2 点 (20, 120), (50, 0) を通ることから、

$$\frac{0-120}{50-20} = \frac{-120}{30} = -4$$
 となる。よって、求める式は、 $y = -4x + b$ と表される。
 $y = -4x + b$ に $x = 50$, $y = 0$ を代入すると、 $0 = -4 \times 50 + b \quad b = 200$ したがって、 $y = -4x + 200$
- 問 2 水そう A の水がなくなるのは、排水を始めてから $150 \div 6 = 25$ (分後) だから、
 排水を始めてから 25 分後の水そう B の水の量は、 $110 + 150 - 7 \times 25 = 85$ (L)
 この 85L の水を、 $40 - 25 = 15$ (分) で排水したことになる。
 その 15 分間の排水において、毎分 7 L の割合で排水した時間を t 分とすると、
 毎分 4 L の割合で排水した時間は、 $15 - t$ (分) と表されるから、
 $7t + 4(15 - t) = 85$ が成り立ち、整理をすると、 $t = \frac{25}{3}$
 よって、水そう B の排水を毎分 4 L に変えたのは、同時に排水を始めてから $25 + \frac{25}{3} = \frac{100}{3}$ (分後)
 $\frac{100}{3}$ 分 = 33 分 20 秒より、33 分 20 秒後である。この解は問題に適している。

1 周が 3 km の周回コースがある。このコースを、花子さんはサイクリング、お父さんと兄の太郎さんはランニングをした。

花子さんは、一定の速さで走り、54 分間でこのコースを 6 周した。3 人それぞれについて、出発してから x 分間で走った距離を y km とする。右の図は、花子さんについての x と y の関係を表したグラフである。

このとき、次の問 1，問 2，問 3 に答えなさい。



問 1 花子さんが出発してから 12 分間で走った距離は何 km か。

問 2 お父さんは、花子さんと同時に、同じ地点を同じ方向へ出発した。お父さんは出発してから、一定の速さで走り、15 分後に花子さんに初めて追い抜かれた。このときから、お父さんは毎分 $\frac{1}{6}$ km の速さで走り続け、出発してから 39 分間でこのコースを 2 周して走り終えた。

このとき、次の (1)，(2) の問いに答えなさい。

(1) お父さんが出発してから花子さんに初めて追い抜かれるまでの、お父さんについての x と y の関係を式で表しなさい。

(2) お父さんが出発してから花子さんに 2 度目に追い抜かれたのは、2 人が出発してから t 分後であった。このとき、 t の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問 3 太郎さんは、花子さんと同時に、同じ地点を逆方向へ出発した。太郎さんは出発してから、一定の速さで走り、48 分間でこのコースを 3 周して走り終えた。太郎さんと花子さんが 5 度目にすれ違ったのは、2 人が出発してから何分何秒後か。

問題番号		解 答		配点	備 考
5	問 1	4 (km)		2	
	問 2	(1)	$y = \frac{2}{15}x$	3	
		(2)	<p>(例)</p> <p>お父さんが花子さんに初めて追い抜かれた 15 分後以降について</p> <p>花子さんについての x と y の関係の式は $y = \frac{1}{3}x$ と表せる。</p> <p>お父さんについての x と y の関係の式は $y = \frac{1}{6}x + b$ と表せる。</p> <p>$x = 39$ のとき $y = 6$ であるから $6 = \frac{1}{6} \times 39 + b$</p> <p>よって $b = -\frac{1}{2}$</p> <p>したがって $y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{2}$</p> <p>$t$ 分後の 2 人が進んだ距離の差が 6 km なので</p> $\frac{1}{3}t - \left(\frac{1}{6}t - \frac{1}{2}\right) = 6$ <p>よって $t = 33$</p> <p>これは問題に適している。 答え ($t = 33$)</p>	7	
	問 3	28 (分) 48 (秒後)		5	

5 問 1 花子さんは 54 分間で 18km 走ったから、走る速さは、1 分間に $18 \div 54 = \frac{1}{3}$ (km)

よって、12 分間で走った距離は、 $\frac{1}{3} \times 12 = 4$ (km)

問 2 (1) 花子さんが 15 分間で走った距離は、 $\frac{1}{3} \times 15 = 5$ (km) このとき、花子さんはお父さんより 1 周多く走ったことになるから、お父さんが 15 分間で走った距離は、 $5 - 3 = 2$ (km)

$0 \leq x \leq 15$ のとき、お父さんの式を $y = ax$ として、 $x = 15$, $y = 2$ を代入すると、 $2 = a \times 15$ $a = \frac{2}{15}$

よって、 $y = \frac{2}{15}x$

(2) 出発してからの t 分間で、花子さんはお父さんより 2 周分多く走ったことになるから、2 人が走った距離の差は、 $3 \times 2 = 6$ (km)

問 3 太郎さんは 48 分間で $3 \times 3 = 9$ (km) 走ったから、走る速さは、1 分間に $9 \div 48 = \frac{3}{16}$ (km)

太郎さんと花子さんは逆方向に走ったので、2 人の走った距離の合計が 3 km 増えるごとに、2 人はすれ違うことになる。2 人が 5 度目にすれ違う時間を、出発してから s 分後とすると、

$$\frac{1}{3}s + \frac{3}{16}s = 3 \times 5 \quad s = \frac{144}{5} = 28\frac{4}{5} = 28\frac{48}{60}$$

よって、28 分 48 秒後。

図1のような、 $AB=9\text{ cm}$ 、 $AD=8\text{ cm}$ 、 $AE=12\text{ cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ がある。点PはAを出発し、長方形 $ABFE$ の辺上を毎秒 3 cm の速さで $A \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow E$ の順に進み、Eで停止する。点Qは点Pが出発すると同時にAを出発し、長方形 $ADHE$ の辺上を毎秒 2 cm の速さで $A \rightarrow D \rightarrow H$ の順に進み、Hで停止する。

点PがAを出発してから x 秒後の三角錐 $AEPQ$ の体積を $y\text{ cm}^3$ とする。ただし、点PがAまたはEにあるときは $y=0$ とする。

図2は点PがAを出発してから4秒後までの x と y の関係を表したグラフである。

図1

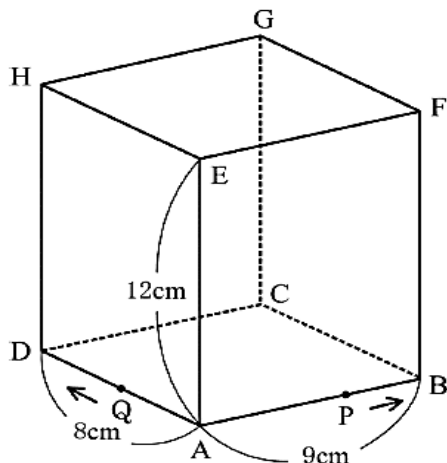
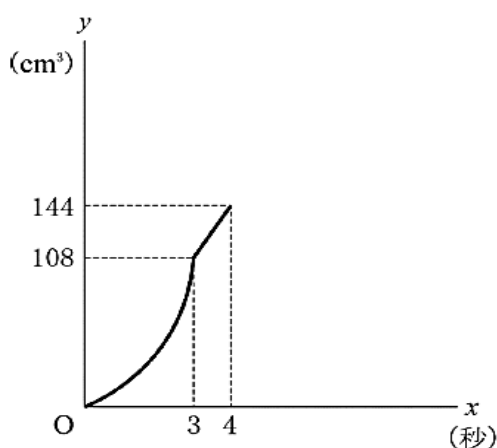


図2

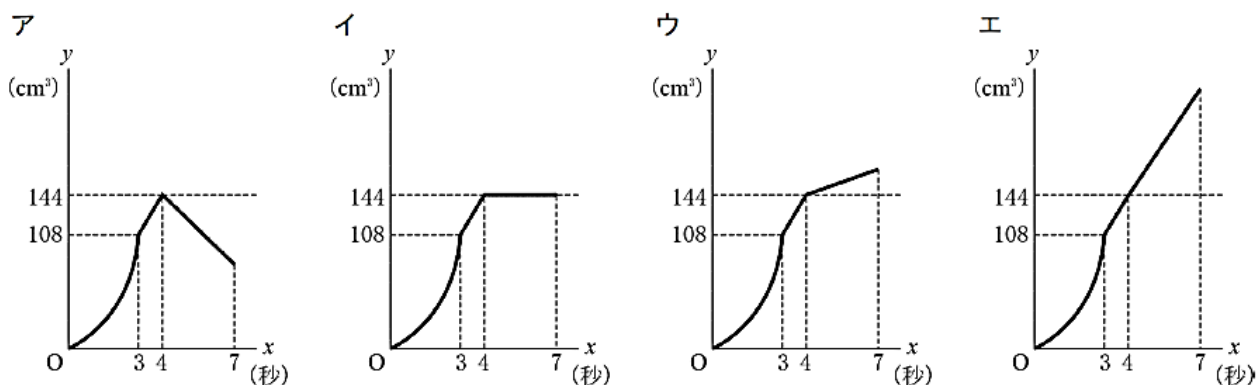


このとき、次の問1、問2、問3、問4に答えなさい。

問1 点PがAを出発してから2秒後の三角錐 $AEPQ$ の体積を求めなさい。

問2 点PがAを出発して3秒後から4秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問3 点PがAを出発してから7秒後までの x と y の関係を表すグラフとして適するものを、ア、イ、ウ、エのうちから1つ選んで記号で答えなさい。



問4 三角錐 $AEPQ$ の体積が直方体 $ABCD-EFGH$ の体積の $\frac{1}{32}$ になるのは、点PがAを出発してから何秒後か。すべて求めなさい。

平成27年度

問題番号		解 答	配点	備 考
[5]	問 1	48 (cm ³)	2	
	問 2	(例) 点 P が A を出発して 3 秒後から 4 秒後までのグラフの傾きは $\frac{144-108}{4-3}=36$ であるから、 x と y の関係の式は $y=36x+b$ と表すことができる。 グラフは点 (3, 108) を通るから $108=36 \times 3+b$ よって $b=0$ したがって、求める式は $y=36x$ 答え ($y=36x$)	7	
	問 3	イ	3	
	問 4	$\frac{3}{2}$ 秒後, $\frac{151}{16}$ 秒後	5	

[5] 問 1 $x=2$ のとき, $AP=3 \times 2=6(\text{cm})$ $AQ=2 \times 2=4(\text{cm})$ 三角錐 AEPQ の体積は,
 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times 12=48(\text{cm}^3)$

問 2 $3 \leq x \leq 4$ のとき, グラフは (3, 108), (4, 144) を通る直線だから, 傾きは, $\frac{144-108}{4-3}=36$

求める式を, $y=36x+b$ とし, $x=3, y=108$ を代入して, $108=36 \times 3+b$ $b=0$ よって, $y=36x$

問 3 $4 \leq x \leq 7$ のとき, P は BF 上, Q は DH 上を移動する。このとき, 三角錐 AEPQ において, P から AE にひいた垂線の長さは 9cm, Q から AE にひいた垂線の長さは 8 cm と一定である。よって, その体積は, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 12 \times 9 \times 8=144(\text{cm}^3)$ より, グラフは $y=144$ となる。よって, イ。

問 4 直方体 ABCD-EFGH の体積の $\frac{1}{32}$ は, $8 \times 9 \times 12 \times \frac{1}{32}=27(\text{cm}^3)$

$7 \leq x \leq 10$ のとき, P は FE 上, Q は DH 上にある。このとき, $y=\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times (30-3x)$
 $=-48x+480$

$x=10$ のとき, P は点 E と一致し, Q は点 H と一致する。

よって, $y=27$ になるのは, $0 \leq x \leq 3$ のときと, $7 \leq x \leq 10$ のとき。

$0 \leq x \leq 3$ のとき, $y=\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3x \times 2x \times 12=12x^2$ $27=12x^2$ より, $x^2=\frac{9}{4}$ $x>0$ より, $x=\frac{3}{2}$

また, $7 \leq x \leq 10$ のとき, $27=-48x+480$ $48x=453$ $x=\frac{151}{16}$ よって, $\frac{3}{2}$ 秒後と $\frac{151}{16}$ 秒後

1 辺の長さが 3 cm の正方形 A と、長方形 P, Q がある。これらを直線 ℓ 上に P, A, Q の順に置くと、A は次の (ア), (イ) のきまりに従い、 ℓ に沿って動く。

(ア) A は、図 1 のように P と Q の間を、毎秒 1 cm の速さで往復することを繰り返す。

(イ) A は、図 2, 図 3 のように P または Q に接する位置にきたときに、動く向きを変える。

図 1

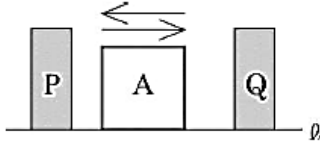


図 2

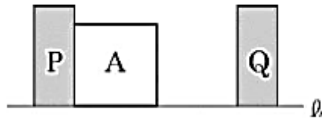
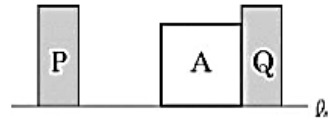


図 3



A, P, Q の他に、1 辺の長さが 3 cm の正方形 B がある。これらを図 4 のように、P と A, A と B, B と Q が互いに接するように ℓ 上に置く。

B と Q は動かない。A は図 4 の状態から Q に向かって動き始め、図 5 のように B と重なりながら、(ア), (イ) のきまりに従って動く。P は A が動き始めてから 12 秒後までは動かない。

A が動き始めてから x 秒後の、A と B が重なった部分の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。ただし、重なる部分がない場合は $y=0$ とする。

図 6 は、A が動き始めてから 12 秒後までの x と y の関係を表したグラフである。このとき、次の問 1, 問 2, 問 3 に答えなさい。

図 4

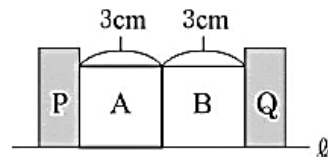


図 5

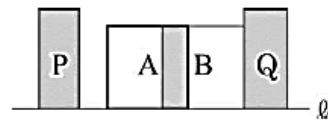
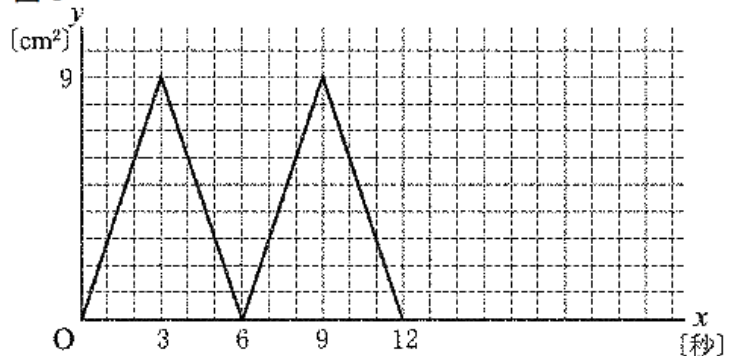


図 6



問 1 A が動き始めてから 2 秒後の、A と B が重なった部分の面積を求めなさい。

問 2 A が動き始めて 9 秒後から 12 秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問 3 A が動き始めてから 12 秒後に P は Q に向かって動き始め、A よりも遅い一定の速さで、 ℓ に沿って動く。P が動き始めてから、A と P が最初に接するのは、A が動き始めてから 17 秒後である。そして、再び A と P が接するときに、P は停止する。このとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) A が動き始めてから 17 秒後の、A と B が重なった部分の面積を求めなさい。

(2) P が停止するのは、A が動き始めてから何秒後か。

問題番号		解 答	配点	備 考
5	問 1	6 (cm ²)	3	
	問 2	(例) A が動き始めて 9 秒後から 12 秒後までのグラフの傾きは $\frac{0-9}{12-9} = -3$ であるから, x と y の関係の式は $y = -3x + b$ と表すことができる。 グラフは点 (12, 0) を通るから $0 = -3 \times 12 + b$ よって $b = 36$ したがって, 求める式は $y = -3x + 36$ <div style="text-align: right;">答え ($y = -3x + 36$)</div>	6	
	問 3	(1) 3 (cm ²)	3	
		(2) $\frac{61}{3}$ (秒後)	4	

5 問 1 グラフより $x=2$ のとき $y=6$ よって, 6 cm²

問 2 $9 \leq x \leq 12$ のとき, グラフは, (9, 9), (12, 0) を通る直線である。傾きは, $\frac{0-9}{12-9} = -3$ 求める式

を, $y = -3x + b$ とし, $x=12, y=0$ を代入して, $0 = -3 \times 12 + b$ $b=36$ よって, $y = -3x + 36$

問 3 (1) 17 秒間に A は 17 cm 移動する。A と B の重なった部分の面積は 6 秒周期で変化するので, $17 - 6 \times 2 = 5$ より, $x=5$ のときと同じだから, グラフより 3(cm²)

(2) P は 5 秒間で 1 cm 進んでいる。よって, その速さは $1 \div 5 = \frac{1}{5}$ より毎秒 $\frac{1}{5}$ cm A と P とが動く距離

の合計は $2 \times 2 = 4$ (cm)だから, A と P が最初に接してから t 秒後に再び接するとすると, $t + \frac{1}{5}t = 4$

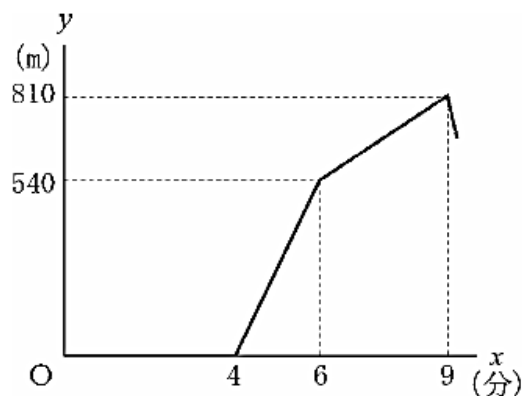
$t = \frac{10}{3}$ よって, 求める時間は $17 + \frac{10}{3} = \frac{61}{3}$ (秒後)

太郎さんは、お父さんと妹の春子さんとランニングをした。3人は同時に家を出発し、家から駅までの一直線の道路を往復した。

太郎さんは途中で休むことなく、行きも帰りも毎分 270 m の速さで走り続けた。春子さんも、太郎さんより遅いが一定の速さで走り続けた。お父さんは、はじめのうちは太郎さんと一緒に走ったが、春子さんとの間の距離がひらいたため太郎さんを先に行かせ、立ち止まって春子さんを待った。そして、春子さんがお父さんに追いついたあとは 2 人で一緒に走った。

家を出発してから x 分後の太郎さんとお父さんとの間の距離を y m とする。右の図は、 x と y の関係を表したグラフの一部である。

このとき、次の問 1、問 2、問 3 に答えなさい。



問 1 お父さんが立ち止まって春子さんを待っていたのは何分間か。

問 2 家を出発して 4 分後から 6 分後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問 3 駅で折り返して家に向かう太郎さんが、駅に向かうお父さんと春子さんに会えるのは、家を出発してから何分何秒後か。

H 2 5 解答 [5] で出題されています！ 1 5 点以上の配点です！

問題番号		解 答	配 点	備 考
[5]	問 1	2 分間	3	
	問 2	(例) 家を出発して 4 分後から 6 分後までのグラフの傾きは $\frac{540-0}{6-4} = 270$ であるから、 x と y の関係の式は $y=270x+b$ と表せる。 グラフは点 (4, 0) を通るから $0=270 \times 4+b$ よって $b=-1080$ したがって、求める式は $y=270x-1080$ <div style="text-align: right;">答え ($y=270x-1080$)</div>	7	
	問 3	10 分 48 秒後	6	

- [5] 問 1 お父さんが立ち止まって春子さんを待っていたのは、 $6-4=2$ (分間)。
- 問 2 グラフは、(4, 0), (6, 540)を通る直線である。傾きは、 $\frac{540-0}{6-4} = 270$ だから、求める式を、
 $y=270x+b$ とし、 $x=4, y=0$ を代入して、 $0=270 \times 4+b$ $b=-1080$ よって、 $y=270x-1080$
- 問 3 太郎さんが駅を折り返したのが出発してから 9 分後で、そのとき 2 人の距離は 810 m 離れている。
 太郎さんは毎分 270 m の速さで進み、お父さんと春子さんは、 $270 - \frac{810-540}{9-6} = 180$ より、毎分 180 m
 の速さで進んでいる。折り返してから t 分後に 3 人が出会うとすると、 $270t+180t=810$ $450t=810$
 $t=\frac{9}{5}$ (分後) よって、出発してから $9+\frac{9}{5}=10\frac{4}{5}$ (分後) なので、10 分 48 秒後

図1のように、 $AB=12\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があり、辺 AB の中点を M とする。

点 P は A を出発し、長方形 $ABCD$ の辺上を毎秒 2 cm の速さで $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ の順に進む。

点 Q は点 P が出発すると同時に A を出発し、辺 AB 上を毎秒 2 cm の速さで A から M へ進み、 M に着いたら t 秒間停止する。その後、点 Q は毎秒 $a\text{ cm}$ の速さで M から B へ進む。

このとき、点 P は C に、点 Q は B に同時に着く。点 Q はそこで停止し、点 P はその後 B まで進んで停止する。

次の問1、問2、問3に答えなさい。

問1 点 P が A を出発してから1秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

問2 図2のグラフは、点 Q が M で4秒間停止したとき、2点 P 、 Q が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ として、 x と y の関係を表したものである。ただし、2点 P 、 Q が一致するとき、 $y=0$ とする。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 点 Q が M から B へ進む速さは毎秒何 cm か。

(2) 点 P が辺 CB 上にあるとき、 $\triangle APQ$ の面積が 12 cm^2 になるのは、点 P が A を出発してから何秒後か。ただし、途中の計算も書くこと。

問3 点 P が A を出発してから7秒後に $\triangle APQ$ の面積が 28 cm^2 となるには、点 Q は M で何秒間停止すればよいか。

図1

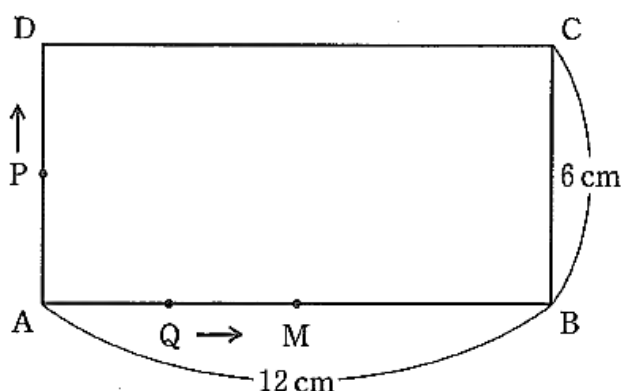
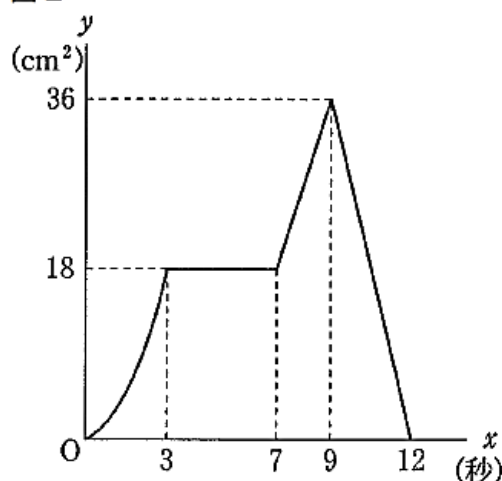


図2



	問題番号	解 答	配点	備 考
第 2 回 公立 栃木 県	[5]	問 1	2 (cm ²)	2
		(1)	(毎秒)3 (cm)	3
		(2)	(例) 点 P が辺 CB 上にあるとき、グラフは 2 点 (9, 36), (12, 0) を通る直線である。 このグラフの傾きは -12 であるので、 x と y の関係の式は $y = -12x + b$ と表せる。 グラフは、点 (12, 0) を通るから $b = 144$ したがって $y = -12x + 144$ $y = 12$ となるのは $12 = -12x + 144$ よって $x = 11$ 答え (11 秒後)	7
		問 3	$\frac{3}{2}$ (秒間)	5

[5] 問 1 点 P が A を出発してから 1 秒後の $AP = 2 \times 1 = 2(\text{cm})$, $AQ = 2 \times 1 = 2(\text{cm})$ このとき、 $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2(\text{cm}^2)$

問 2 (1) 点 Q が M から B へ 2 秒間に 6 cm 進むので、その速さは毎秒 $\frac{6}{2} = 3(\text{cm})$

(2) 点 P が CB 上にあるとき、グラフより $9 \leq x \leq 12$ この間の x と y の関係式を求めて、 $y = 12$ のときの x の値を求める。

問 3 点 P が A を出発してから 7 秒後には、 $2 \times 7 = 14(\text{cm})$ 進んでいるので、P は $DP = 14 - 6 = 8(\text{cm})$ の地点にある。このとき、 $\triangle APQ = 28 \text{ cm}^2$ より、 $\frac{1}{2} \times AQ \times 6 = 28$ $AQ = \frac{28}{3}$ P は C, Q は B に同時につくので、Q は $BM = 12 - \frac{28}{3} = \frac{8}{3}(\text{cm})$ を $9 - 7 = 2(\text{秒})$ で進むから、その速さは、 $\frac{8}{3} \div 2 = \frac{4}{3}(\text{cm/秒})$ Q が M で停止する時間を x 秒間とすると、 $3 + x + \left(\frac{28}{3} - 6\right) \div \frac{4}{3} = 7$ $x = \frac{3}{2}(\text{秒間})$

図1のような、周の長さが12cmの円Oの円周を4等分する点A, B, C, Dがある。点PはAを出発し、時計回りに周上を一定の速さで移動し、1周するのに4秒かかる。

問1 PがAを出発してBに2回目に到達するのは何秒後か。

問2 点QはPがAを出発すると同時にCを出発し、時計回りに周上を一定の速さで移動し、1周するのに12秒かかる。図2は、P, Qが出発してから時間 x 秒と、弧PQの長さ y cmの関係を表したグラフの一部である。

ただし、弧PQとは、2点P, Qを結んだ円周のうち短い方をいい、P, Qが一致するときは弧PQの長さは0cm、線分PQが直径になるときは弧PQの長さは6cmとする。また、弧PQに対する中心角を $\angle POQ$ とする。

このとき、次の(1), (2), (3)の問いに答えなさい。

(1) P, Qが出発して3秒後から6秒後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(2) $\angle POQ = 90^\circ$ となるときの弧PQの長さを求めなさい。

(3) P, Qが出発してから $\angle POQ = 120^\circ$ となる回数を数えていく。20回目に $\angle POQ = 120^\circ$ となるのは、P, Qが出発してから何秒後か。

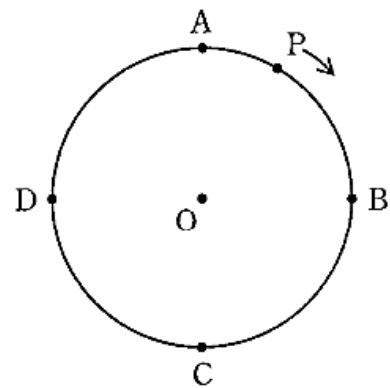


図1

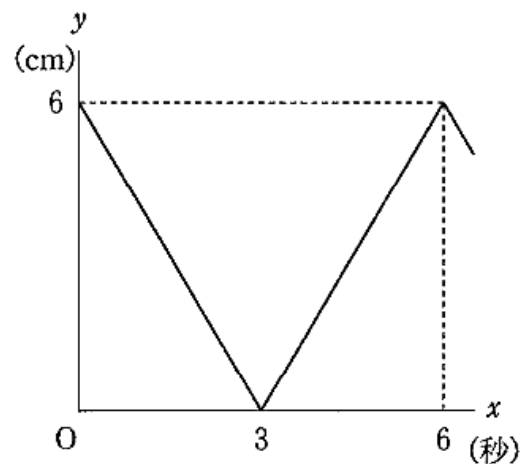


図2

問題番号		解 答		配点	備 考
5	問 1	5 秒後		2	
	問 2	(1)	<p>(例)</p> <p>3 秒後から 6 秒後までのグラフの傾きは $\frac{6-0}{6-3} = 2$ であるから、</p> <p>x と y の関係の式は $y=2x+b$ と表せる。</p> <p>グラフは点(3, 0)を通るから $0=6+b$ によって $b=-6$</p> <p>したがって、求める式は $y=2x-6$</p> <p>答え($y=2x-6$)</p>	7	
		(2)	3 cm	3	
		(3)	59 秒後	5	

5 問 1 点 P が点 A から点 B まで移動するのにかかる時間は、 $4 \div 4 = 1$ (秒) よって、 $4 + 1 = 5$ (秒後)

問 2 (1) 求める直線の式を、 $y = ax + b$ とおき、傾き $= \frac{y \text{ の増加量 }}{x \text{ の増加量 }}$ から、グラフの傾き a を求める。さらに、点(3, 0)、または、点(6, 6)の座標を代入して、 b の値を求める。

(2) $\angle POQ = 90^\circ$ より、弧 PQ の長さは円周の $\frac{1}{4}$ であるから、 $12 \times \frac{1}{4} = 3$ (cm)

(3) P, Q が同時に出発してから 9 秒後には、どちらの点も B 上にあり、 $y = 0$ 12 秒後には、P は A に、Q は C にあるから、 $y = 6$ したがって、6 秒以後も、0 秒から 6 秒までと同じ形のグラフがくりかえされる。 $\angle POQ = 120^\circ$ のとき、 $y = 12 \times \frac{120}{360} = 4$ グラフから 0 秒から 6 秒までの間に、 $y = 4$ となることが 2 回あり、2 回目は、 $y = 2x - 6$ に $y = 4$ を代入して、 $4 = 2x - 6$ $x = 5$ より、6 秒の 1 秒前であることがわかる。よって、20 回目に $\angle POQ = 120^\circ$ となるのは、 $6 \times 10 - 1 = 59$ (秒後)

図1のように、高さ30 cmの直方体の形をした水そうが水平に置かれている。この水そうは底面に垂直な長方形の仕切りで区切られており、仕切りの高さは20 cmである。仕切りの左側の底面を底面A、右側の底面を底面Bとし、底面Aの面積は底面Bの面積の2倍である。

底面Aの上には給水管P、底面Bの上には給水管Qがあり、給水管Pと給水管Qはどちらも1分間あたり同じ量を給水することができる。

給水管Pだけを使い、水そうが空の状態から満水になるまで給水したとき、給水を始めてから x 分後の底面A上の水面の高さを y cmとする。図2は、 x と y の関係をグラフに表したものである。

ただし、水そうと仕切りの厚さは考えないものとする。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

図1

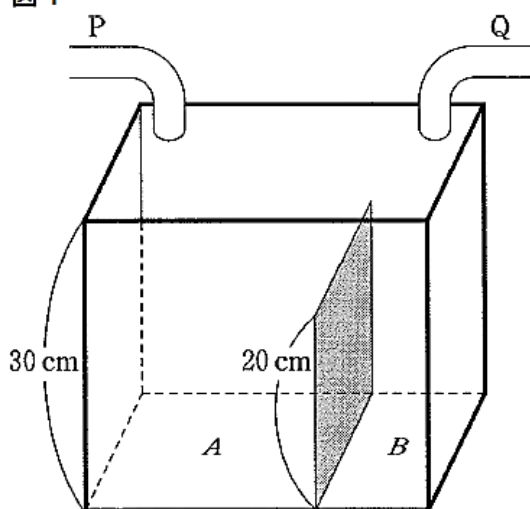
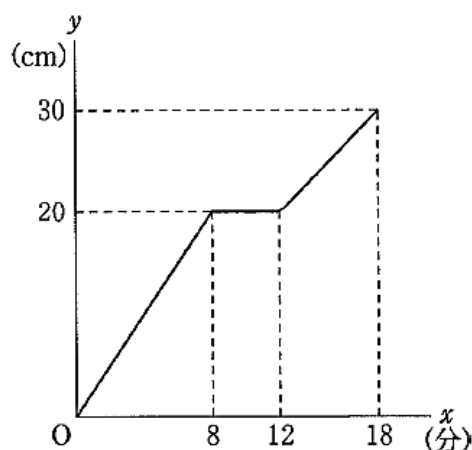


図2



問1 給水管Pだけを使い、水そうが空の状態から満水になるまで給水したとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 給水を始めてから2分後の底面A上の水面の高さを求めなさい。

(2) 給水を始めて12分後から18分後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問2 給水管P、Qを使い、水そうが空の状態から同時に給水を始める。このとき、底面A上の水面の高さが16 cmになるのは、給水を始めてから何分何秒後か。

平成22年度

問題番号		解 答		配点	備 考
5	問 1	(1)	5 (cm)	3	
		(2)	<p>(例)</p> <p>給水を始めて 12 分後から 18 分後までのグラフの傾きは $\frac{30-20}{18-12} = \frac{5}{3}$ であるから, x と y の関係の式は $y = \frac{5}{3}x + b$ と表せる。</p> <p>グラフは点 (18, 30) を通るから</p> $30 = \frac{5}{3} \times 18 + b$ $30 = 30 + b$ <p>よって $b = 0$</p> <p>したがって, 求める式は $y = \frac{5}{3}x$</p> <p style="text-align: right;">答え ($y = \frac{5}{3}x$)</p>	7	
	問 2	5 (分) 12 (秒後)		6	

5 問 1 (1) グラフより, 水面は 8 分間で 20 cm 上昇しているので, 1 分間では $\frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ (cm) 上昇する。

よって, 2 分後の水面からの高さは, $\frac{5}{2} \times 2 = 5$ (cm)

(2) 求める直線の傾きは, $(30-20) \div (18-12) = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ 直線の式を $y = \frac{5}{3}x + b$ とおく。(12, 20) を

通るので, $20 = \frac{5}{3} \times 12 + b$ $b = 0$ したがって, 求める式は $y = \frac{5}{3}x$

問 2 底面 B 上の水面の高さは, (底面 A の面積) = 2(底面 B の面積) より, 4 分で 20 cm になる。また,

4 分後の底面 A 上の水面の高さは $\frac{5}{2} \times 4 = 10$ (cm) である。残りの 6 cm は 1 分間に $\frac{5}{2} \times 2 = 5$ (cm) の

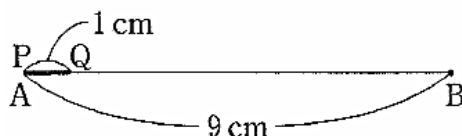
割合で水位が上昇するので, 水を入れ始めてから x 分後に A 上の水面の高さが 16 cm になるとすると,

$5(x-4) = 6$ $x = \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5} = 5\frac{12}{60}$ よって, 5 分 12 秒後

図1のように、長さ9 cmの線分AB上を動く長さ1 cmの線分PQがある。PがAと一致している状態から線分PQは出発し、AからBに向かって毎秒1 cmの速さで進む。線分PQはQがBと一致すると、BからAに向かって毎秒2 cmの速さで進み、ふたたびPがAと一致すると停止する。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

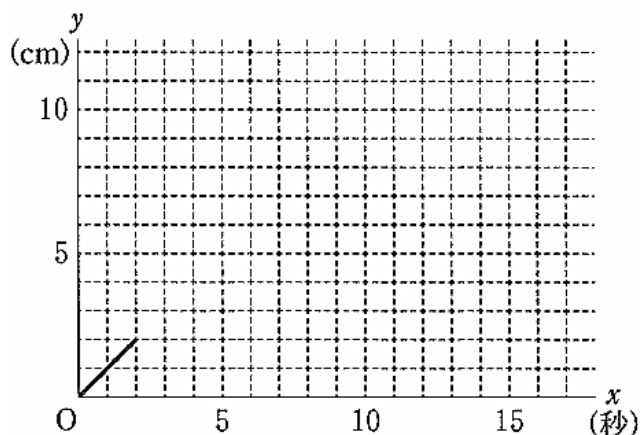
図1



問1 線分PQが出発してから5秒後の、AからQまでの距離を求めなさい。

問2 線分PQが出発してから x 秒後の、AからPまでの距離を y cmとする。図2のグラフは、線分PQが出発してから2秒後までの x と y の関係を表したものである。線分PQが出発して2秒後から停止するまでの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

図2



問3 線分AB上を長さ3 cmの線分RSも動く。線分RSは、図3のようにSがBと一致している状態から、線分PQが出発すると同時に出発し、BからAに向かって毎秒1 cmの速さで進む。線分RSはRがAと一致すると、AからBに向かって毎秒1 cmの速さで進み、ふたたびSがBと一致すると停止する。

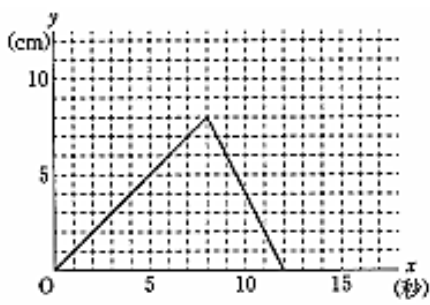
このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

図3



(1) QとRが2回目に一致するのは、2つの線分が出発してから何秒後か求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(2) 2つの線分が出発してから停止するまでに、線分PQのすべてが線分RSと重なっている時間の合計を求めなさい。

問題番号		解 答	配点	備 考
5	問 1	6 (cm)	2	
	問 2		3	
	問 3	<p>(例)</p> <p>線分 PQ が出発してから x 秒後に Q と R が 2 回目に一致するとする。</p> <p>Q と R が 2 回目に一致するのは、線分 PQ が B から A に向かって進み、線分 RS が A から B に向かって進んでいるときである。</p> <p>このとき、B から Q までの距離は $2(x-8)$ cm, A から R までの距離は $(x-6)$ cm であるから、</p> $2(x-8) + (x-6) = 9$ $3x = 31$ $x = \frac{31}{3}$ <p style="text-align: center;">答え $\left(\frac{31}{3} \text{ 秒後} \right)$</p>	7	
	(2)	$\frac{5}{3}$ (秒間)	5	

- 5 問 1 5 秒後は P が 5 つ右に移動するので、Q は $5+1=6$ (cm) のところに移動する
- 問 2 (8, 8)まで原点を通る傾き 1 の直線。その後は、(8, 8), (12, 0)を通る直線となる
- 問 3 (2) 1 回目に重なるのは、PQ が B へ、RS が A へ向かうときで、P と R が一致してから Q と S が一致するまでの間…(i), 2 回目に重なるのは、PQ が A へ、RS が B へ向かうときで、Q と S が一致してから、P と R が一致するまでの間…(ii) である。(i) のとき、P と R が一致するのは、 $AP=x$, $BR=x+3$ より、 $x+x+3=9$ $x=3$ (秒後) Q と S が一致するのは、 $AQ=x+1$, $BS=x$ より、 $x+1+x=9$ $x=4$ (秒後) よって、線分が重なるのは $4-3=1$ (秒間) (ii) のとき、Q と S が一致するのは、 $BQ=2(x-8)$, $AS=x-6+3$ より、 $2(x-8)+x-6+3=9$ $x=\frac{28}{3}$ (秒後) P と R が一致するのは、 $BP=2(x-8)+1$, $AR=x-6$ より、 $2(x-8)+1+x-6=9$ $x=10$ (秒後) よって、線分が重なるのは、 $10-\frac{28}{3}=\frac{2}{3}$ (秒間) したがって、重なっている時間の合計は、 $1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$ (秒間)

図1のように、給水管と排水管が閉じてある水そうに、 35 l の水が入っている。この状態から、排水管を開き、毎分 5 l ずつ排水を続ける。排水をしている間、給水管は、水そうの水の量が 10 l になると開き、毎分一定の量で給水し、水そうの水の量が 100 l になると閉じることを行う。排水管を開き、排水を始めてから x 分後の水そうの水の量を $y\text{ l}$ とする。図2は、 x と y の関係を表したグラフの一部である。

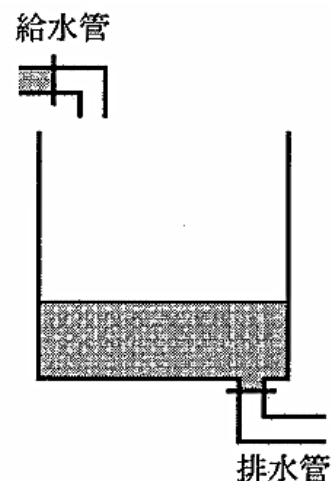


図1

このとき、次の問1、問2、問3、問4に答えなさい。

問1 排水を始めてから3分後には、水そうに何 l の水が残っているか。

問2 排水を始めて5分後から15分後までの x と y の関係を式で表しなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

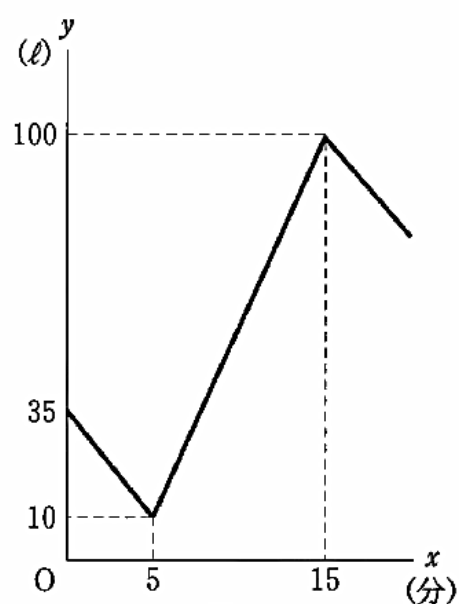


図2

問3 排水を始めてから90分後までに、給水管は何回開くか。

問4 排水を始めてから2時間後に排水管を閉じた。その後も、給水は続いているとすると、水そうの水の量が 100 l になるのは、排水管を閉じてから何分何秒後か。

問題番号		解 答	配点	備 考
5	問 1	20 ℓ	2	
	問 2	(例) 5 分後から 15 分後までのグラフの傾きは $\frac{100-10}{15-5} = 9$ である。 x と y の関係の式は $y=9x+b$ と表せる。 グラフは点(5, 10)を通るから $10=45+b$ よって $b=-35$ したがって、求める式は $y=9x-35$ 答え ($y=9x-35$)	6	
	問 3	4 回	4	
	問 4	4 分 30 秒後	5	

5 問 1 $35-5 \times 3=20(\ell)$

問 2 グラフを見ると、5 分後から 15 分後までは、右上がりの直線であることが読み取れる。

問 3 始めてから 5 分後、1 回目に給水管が開く。その後 10 分間で 100ℓ になり、 10ℓ まで毎分 5ℓ 排水されるので、 $(100-10) \div 5=18$ (分後) に給水管が開く。その後は、 $10+18=28$ (分) ごとに給水管が開く。よって、 $(90-5) \div 28=3 \cdots 1$ より、90 分間に給水管が開くのは、 $1+3=4$ (回)

問 4 2 時間 = 120 分より、 $(120-5) \div 28=4 \cdots 3$ だから、そのときの水の量は $10+9 \times 3=37(\ell)$
 給水管のみ開けたときには、毎分 $9+5=14(\ell)$ の水が入るので、 37ℓ から 100ℓ になるのは、
 $(100-37) \div 14=4\frac{1}{2}$ (分) より、4 分 30 秒後である。