

H21 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
1	問 1 −32	2	
	問 2 $3ab$	2	
	問 3 $\frac{1}{6}x$	2	
	問 4 $x^2 - 4$	2	
	問 5 $7\sqrt{3}$	2	
	問 6 ( $a =$ ) $4b + 1$	2	
	問 7 47 (度)	2	
	問 8 ( $x =$ ) 5, −3	2	
	問 9 $2\pi$ (cm <sup>2</sup> )	2	
	問 10 8 (通り)	2	
	問 11 75 (度)	2	
	問 12 ( $x =$ ) 2, ( $y =$ ) 3	2	
	問 13 $42\pi$ (cm <sup>2</sup> )	2	
	問 14 $0 \leqq y \leqq \frac{9}{2}$	2	

●解説

1 問 1  $(-4) \times 8 = -(4 \times 8) = -32$

問 2  $6a^2b^3 \div 2ab^2 = \frac{6}{2} \times \frac{a^2b^3}{ab^2} = 3ab$

問 3  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = \frac{3-2}{6}x = \frac{1}{6}x$

問 4  $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

問 5  $\sqrt{12} + 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

問 6 (割られる数) = (割る数) × (商) + (余り) にあてはめると,  $a = 4b + 1$

問 7  $\angle x = 82^\circ - 35^\circ = 47^\circ$

問 8  $(x-5)(x+3) = 0 \quad x = 5, -3$

問 9  $4^2\pi \times \frac{45^\circ}{360^\circ} = 2\pi$  (cm<sup>2</sup>)

問10 2人の選び方は、(A, C), (A, D), (A, E), (A, F), (B, C), (B, D), (B, E), (B, F)の8通り。

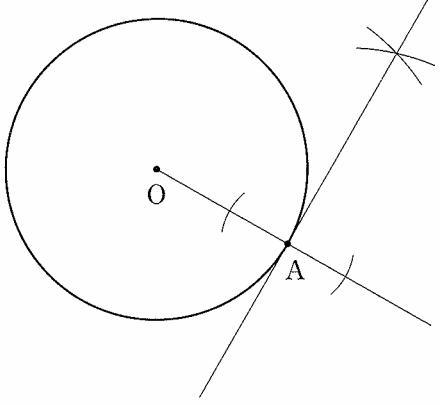
問11  $\angle ACB = 98^\circ \div 2 = 49^\circ$  (円周角の定理)  $\angle x = 180^\circ - 56^\circ - 49^\circ = 75^\circ$

問12  $y=2x-1$  を  $x+3y=11$  に代入して、 $x+3(2x-1)=11$   $x=2, y=3$

問13 回転体は円柱になり、その側面を展開した長方形は、縦が 7 cm, 横が  $2\pi \times 3 = 6\pi$  (cm) の長方形であるから、 $7 \times 6\pi = 42\pi$  (cm<sup>2</sup>)

問14  $x=-2$  のとき、 $y=2$ ,  $x=0$  のとき、 $y=0$ ,  $x=3$  のとき、 $y=\frac{9}{2}$  よって、 $0 \cdot y - \frac{9}{2}$

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
2	(例) 	4	
	問1 $\frac{1}{4}$	3	
	問3 $-\frac{7}{3}$	4	

●解説

2 問1 ① OとAを延長して結ぶ。② OA上にAから距離が等しい2点をつくる。③ 作成した二点から垂直二等分線をひく。

問2 カードの組み合わせは、(1回目, 2回目)=(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)の12通り。そのうち、1回目にひいたカードを十の位、2回目にひいたカードを一の位としたときに、できた整数が4の倍数になるのは、下線の3通り。

よって、求める確率は、 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

問3 点Aのx座標をtとおくと、点Aは $y=x^2$ 上の点より、 $(t, t^2)$ とおける。点Bのx座標はAのx座標より6大きいので $t+6$ 、y座標は点Aのy座標より8大きいので、 $t^2+8$ とおける。点Bも $y=x^2$ 上の点より、 $t^2+8=(t+6)^2$ これを解いて、 $t=-\frac{7}{3}$

H21 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
問 1 3	(例) $\begin{cases} x+y=300 \\ \frac{30}{100}x + \frac{20}{100}y = 78 \end{cases}$ .....① .....② ②より $3x+2y=780$ .....③ ①×3-③より $y=120$ ①に代入して $x+120=300$ したがって $x=180$ 答え(男子 180 人, 女子 120 人)	6	
問 2	(例) 一の位の数は十の位の数より 3 小さいから, もとの自然数は $10a+(a-3)$ と表される。 十の位の数の 2 乗は, もとの自然数より 15 小さいから $a^2=\{10a+(a-3)\}-15$ $a^2-11a+18=0$ $(a-2)(a-9)=0$ $a=2, 9$ この場合, $a$ は 3 以上でなければならないから $a=9$ よって, もとの自然数は 96 答え( 96 )	6	

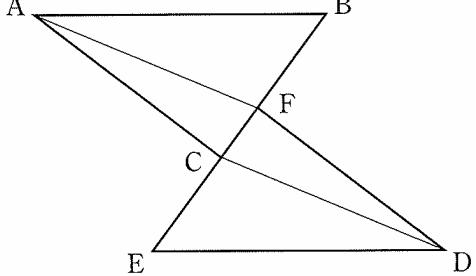
●解説

3 問 1 30%は 0.3, 20%は 0.2 で表されるから,  $0.3x+0.2y$  が 78 人と等しい。

問 2 もとの自然数の十の位の数を  $a$  とすると, 一の位の数は十の位の数より 3 小さいので,  $a-3$  とおける。よって, もとの自然数は  $10a+(a-3)$  十の位の数の 2 乗はもとの自然数より 15 小さいので,  $a^2=10a+(a-3)-15$   $a^2-11a+18=0$   $(a-2)(a-9)=0$   $a=2, 9$   $a$  が 2 とき, 一の位が負の数になってしまふので問題に合わない。よって,  $a=9$  もとの自然数は 96

H21 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答		配点	備 考								
4	問 1	 <p>(例)</p> <p><math>\triangle ABF \cong \triangle DEC</math>において、  <math>\triangle ABC \cong \triangle DEF</math>より  <math>AB = DE \quad \dots \dots \textcircled{1}</math>  <math>\angle ABF = \angle DEC \quad \dots \dots \textcircled{2}</math>  <math>BC = EF \quad \dots \dots \textcircled{3}</math>      また  <math>BF = BC - CF \quad \dots \dots \textcircled{4}</math>  <math>EC = EF - CF \quad \dots \dots \textcircled{5}</math>  <math>\textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}</math>より  <math>BF = EC \quad \dots \dots \textcircled{6}</math>  <math>\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{6}</math>より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいから  <math>\triangle ABF \cong \triangle DEC</math></p>	7									
	問 2	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">(1)</td> <td style="padding: 5px;"><math>6\sqrt{2} \text{ (cm)}</math></td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">(2)</td> <td style="padding: 5px;"><math>9\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}</math></td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table>	(1)	$6\sqrt{2} \text{ (cm)}$	3		(2)	$9\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$	4			
(1)	$6\sqrt{2} \text{ (cm)}$	3										
(2)	$9\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$	4										

●解説

4 問 1  $\angle B = \angle E$ ,  $AB = ED$  はすぐに分かるので、もう一つ角か辺が等しいことを示せばよい。

問 2 (1)  $\triangle ABC$  で、 $BC = 3 \times 2 = 6 \text{ (cm)}$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$  より,  $AC = \sqrt{2} BC = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$

(2)  $\triangle ABC$  と  $\triangle ABD$  は底辺  $AB$  が共通で、高さはそれぞれ  $BC$ ,  $BD$  と考えられるから、 $BC : BD = \triangle ABC : \triangle ABD = 6 : 3 = 2 : 1$   $BD = 3 \text{ cm}$   $BC$  は直径だから、 $\angle BDC = 90^\circ$  よって、 $\triangle BCD$  において三平方の定理より、 $CD = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$  したがって、三角錐  $ABCD$  の体積は、

$$\frac{1}{3} \times \triangle BCD \times 6 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} \times 6 = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

H21 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答		配点	備 考
	問 1	6 (cm)	2	
	問 2		3	
5	問 3 (1)	<p>(例) 線分 PQ が出発してから <math>x</math> 秒後に Q と R が 2 回目に一致するとする。 Q と R が 2 回目に一致するのは、線分 PQ が B から A に向かって進み、線分 RS が A から B に向かって進んでいるときである。 このとき、B から Q までの距離は <math>2(x-8)</math> cm, A から R までの距離は <math>(x-6)</math> cm であるから、  <math>2(x-8)+(x-6)=9</math>  <math>3x=31</math>  <math>x=\frac{31}{3}</math></p> <p style="text-align: right;">答え <math>\left( \frac{31}{3} \text{ 秒後} \right)</math></p>	7	
	問 3 (2)	$\frac{5}{3}$ (秒間)	5	

●解説

5 問 1 5秒後は P が 5 つ右に移動するので、Q は  $5+1=6$  (cm) のところに移動する

問 2 (8, 8)まで原点を通る傾き 1 の直線。その後は、(8, 8), (12, 0)を通る直線となる

問 3 (2) 1回目に重なるのは、PQ が B へ、RS が A へ向かうときで、P と R が一致してから Q と S が一致するまでの間…(i)，2回目に重なるのは、PQ が A へ、RS が B へ向かうときで、Q と S が一致してから、P と R が一致するまでの間…(ii) である。(i) のとき、P と R が一致するのは、AP=x, BR =x+3 より、 $x+x+3=9$   $x=3$  (秒後) Q と S が一致するのは、AQ=x+1, BS=x より、 $x+1+x=9$   $x=4$  (秒後) よって、線分が重なるのは  $4-3=1$  (秒間) (ii) のとき、Q と S が一致るのは、

$BQ=2(x-8)$ , AS=x-6+3 より、 $2(x-8)+x-6+3=9$   $x=\frac{28}{3}$  (秒後) P と R が一致するのは、

$BP=2(x-8)+1$ , AR=x-6 より、 $2(x-8)+1+x-6=9$   $x=10$  (秒後) よって、線分が重なるのは、

$10-\frac{28}{3}=\frac{2}{3}$  (秒間) したがって、重なっている時間の合計は、 $1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$  (秒間)

H21 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号		解 答			配点	備 考						
6	問1	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr> <td>(1)</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>			2	3	2	(1)	3	1	2	
2	3	2										
(1)	3	1										
問2	98 (回)			4								
問3	(1)	(例) 長方形の紙に 1 は $x+1+10\times 2-2=x+19$ (回) 2 は $2x$ (回) 3 は $x+1+10\times 2-2=x+19$ (回) 記録される。 記録された数の和は $1\times(x+19)+2\times 2x+3\times(x+19)=8x+76$ よって $8x+76=124$ これを解くと $x=6$ 答え( $x=6$ )			7							
		(2)	ア 19 イ 2	5								

●解説

6 問1 (1, 2), (1, 3), (2, 3)のどの組み合わせがくるかを考える。

問2  $a$  が奇数なので、左上角の数は 1 である。左辺で 2 は、 $99 \div 2 = 49.5$  より、49 回記録される。  $b$  が奇数なので、右上角の数は 1 である。上辺に 2 は記録されない。右辺、下辺も同様だから、2 の記録される回数は、 $49 \times 2 = 98$ (回)

問3 (2)  $b$  は奇数より、左右のたての数字は同じになる。また、イが奇数だと、上下の横の数字も同じになるので、和が等しくなるときイは 5 になる。よって、 $\text{イ} = 2m$ ,  $\text{ア} = 2n+1$  とおくと、 $a=5$ ,  $b=2n+1$  のときの和は、 $2(1\times 3 + 2\times 2) + 2\{3\times n + 1\times(n-1)\} = 8n+12$   $a=2m$ ,  $b=2n+1$  のときの和は、 $2(2\times m + 1\times m) + \{3\times n + 2\times(n-1)\} + \{3\times n + 1\times(n-1)\} = 6m+9n-3$  よって、 $8n+12 = 6m+9n-3$   $6m+n=15$   $m$ ,  $n$  は自然数だから、 $(m, n)=(1, 9)$ ,  $(2, 3)$   $(m, n)=(1, 9)$  のとき、 $(a, b)=(2, 19)$   $(m, n)=(2, 3)$  のとき、 $(a, b)=(4, 7)$   $b$  は 7 ではないので問題に合わない。よって、ア 19, イ 2