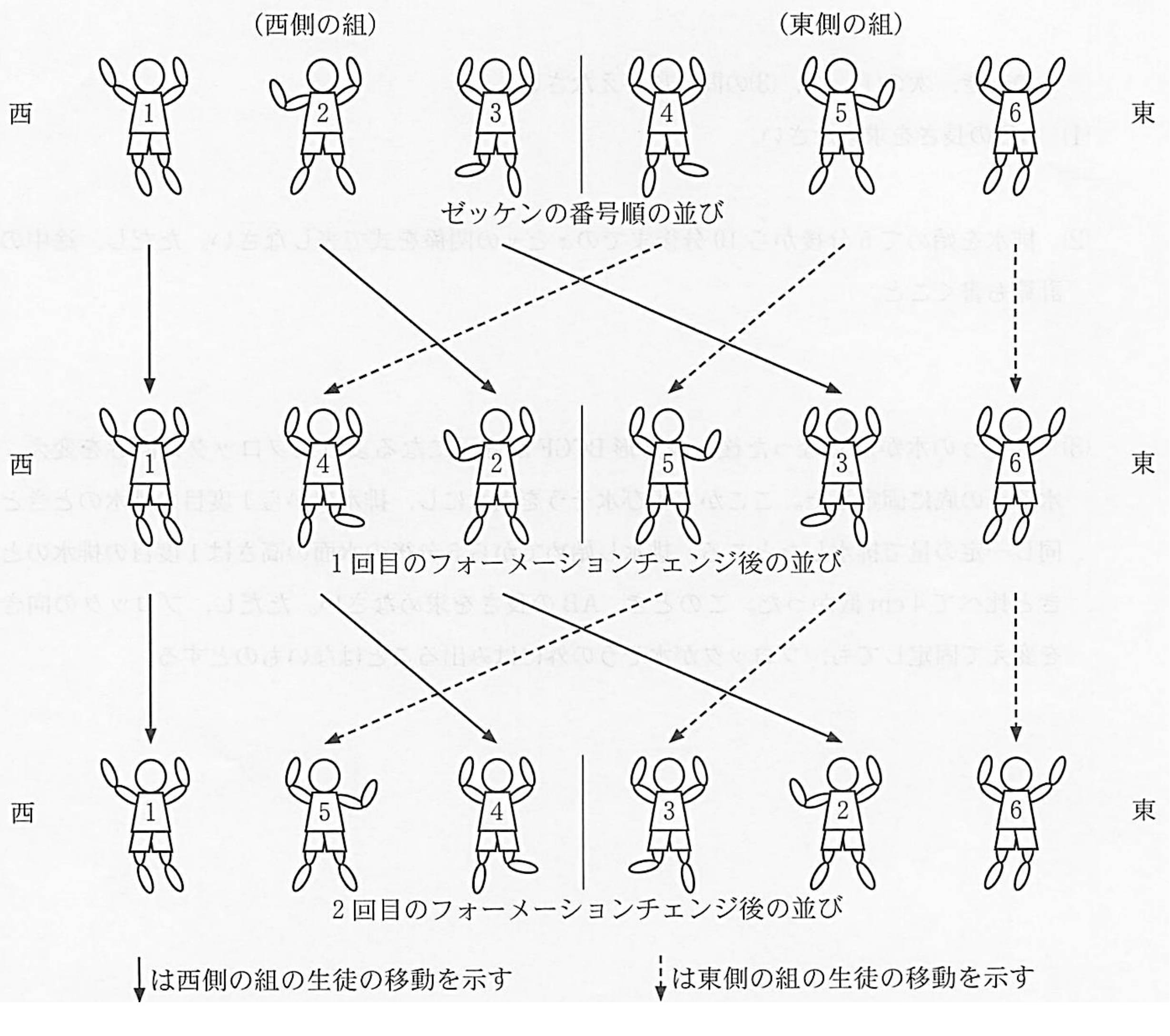
入試問題にチャレンジ！（1，2，3年　規則性）

【栃木県立入試問題】

6 nは4以上の偶数とする。1番からn番までのゼッケンをつけているn人の生徒が，校庭の西から東へゼッケンの番号順に横一列に並んでダンスを始める。ダンス中に，このn人の生徒は横一列の並び順をかえる。その際，同じ人数ずつ西側の組と東側の組に分かれ，それぞれの組の西から順に1人ずつ交互に並びかわることとする。ただし，全体の西から1番目には西側の組の西から1人目の生徒，全体の西から2番目には東側の組の西から1人目の生徒が並ぶようにする。ここでは，この並びかわりをフォーメーションチェンジと呼ぶこととする。

例えば$n=6$のとき，下の図のように，まず，ゼッケンの番号(1，2，3)をつけている生徒が西側の組，ゼッケンの番号(4，5，6)をつけている生徒が東側の組となるので，1回目のフォーメーションチェンジ後は，ゼッケンの番号は西から1，4，2，5，3，6の順に並びかわる。次に，ゼッケンの番号(1，4，2)をつけている生徒が西側の組，ゼッケンの番号(5，3，6)をつけている生徒が東側の組となるので，2回目のフォーメーションチェンジ後は，ゼッケンの番号は西から1，5，4，3，2，6の順に並びかわる。このとき，2番のゼッケンをつけている生徒は，全体の西から5番目，東側の組の西から2人目にいることになる。

このように，n人の生徒がダンス中にフォーメーションチェンジを繰り返し行う。



このとき，次の１，２，３の問いに答えなさい。

1　$n=8$ のとき，１回目のフォーメーションチェンジ後に全体の西から６番目の生徒がつけているゼッケンの番号は何番か。

2　$n=10$ のとき，８番のゼッケンをつけている生徒は，３回目のフォーメーションチェンジ後に全体の西から何番目にいるか求めなさい。

3　次の文章の①，②，③に当てはまる式や数をそれぞれ求めなさい。ただし，文章中の a，b は自然数とする。

１回のフォーメーションチェンジにより，フォーメーションチェンジ前の西側の組の西から a 人目の生徒は，フォーメーションチェンジ後は全体の西から（　①　）番目に移動し，フォーメーションチェンジ前の東側の組の西から b 人目の生徒は，フォーメーションチェンジ後は全体の西から（　②　）番目に移動する。

見方を変えると，フォーメーションチェンジ後に全体の西から（　①　）番目の生徒は，フォーメーションチェンジ前は西側の組の西から a 人目であり，フォーメーションチェンジ後に全体の西から（　②　）番目の生徒は，フォーメーションチェンジ前は東側の組の西から b 人目である。

つまり，フォーメーションチェンジ後にいる位置から，フォーメーションチェンジ前にいた位置がどこであるかを求めることができる。

このことから，$n=70$ のとき，５回目のフォーメーションチェンジ後に，全体の西から35番目の生徒のゼッケンの番号は（　③　）番である。

6 ある市のＡ中学校とＢ中学校は修学旅行でそれぞれＸ市を訪問する。各中学校とも，横一列に生徒が５人ずつ座ることができる新幹線でＸ市へ向かい，到着後，１台に生徒が４人ずつ乗ることができるタクシーで班別行動を行う。ここでは，修学旅行の生徒の参加人数ごとに，必要な新幹線の座席の列数と必要なタクシーの台数を考えるものとする。例えば，生徒の参加人数が47人のとき，新幹線では，生徒が５人ずつ９列に座り，残りの２人がもう１列に座るので，必要な新幹線の座席の列数は10列である。また，タクシーでは，生徒が４人ずつ11台に乗り，残りの３人がもう１台に乗るので，必要なタクシーの台数は12台である。

このとき，次の１，２，３の問いに答えなさい。

1　Ａ中学校の生徒の参加人数は92人である。このとき，Ａ中学校の必要な新幹線の座席の列数を求めなさい。

2　Ｂ中学校の必要な新幹線の座席の列数は24列であり，必要なタクシーの台数は29台である。このとき，Ｂ中学校の生徒の参加人数を求めなさい。

3　次の［　　　］内のＢ中学校の先生と生徒の修学旅行後の会話文を読んで，文中の①，②，③に当てはまる式や数をそれぞれ答えなさい。

先生「先日の修学旅行では，必要な新幹線の座席の列数は24列，必要なタクシーの台数は29台で，タクシーの台数の値から新幹線の座席の列数の値をひくと５でした。今日の授業では，台数の値が列数の値より10大きいときの生徒の参加人数について，考えてみましょう。」

生徒「とりあえず，生徒の参加人数が40人から47人までの表を書いてみましたが，具体的に考えていくのは，大変そうです。」

生徒の参加人数	40人	41人	42人	43人	44人	45人	46人	47人
必要な新幹線の座席の列数	8列	9列	9列	9列	9列	9列	10列	10列
必要なタクシーの台数	10台	11台	11台	11台	11台	12台	12台	12台
(台数の値)－(列数の値)	2	2	2	2	2	3	2	2

生徒が書いた表

先生「それでは，式を使って考えてみましょう。例えば，必要な新幹線の座席の列数が９列のとき，考えられる生徒の参加人数は41人，42人，43人，44人，45人の５通りです。これらは，$5\times8+1$，$5\times8+2$，$5\times8+3$，$5\times8+4$，$5\times8+5$と，すべて5×8を含む形で表すことができますね。まずは，この表し方をもとに，必要な新幹線の座席の列数から，生徒の参加人数を文字を用いた式で表してみましょう。」

生徒「必要な新幹線の座席の列数をnとすると，生徒の参加人数は（　①　）＋aと表せます。ただし，nは自然数，aは１から５までのいずれかの自然数です。」

先生「そうですね。次に，必要なタクシーの台数をnを用いて表してみましょう。」

生徒「台数の値は，列数の値より10大きいから，$n+10$と表せます。」

先生「では，必要なタクシーの台数から，生徒の参加人数をnと１から４までのいずれかの自然数bを用いて表すこともできますね。これらの２つの式を使うと，考えられる生徒の参加人数のうち，最も少ない生徒の参加人数は何人ですか。」

生徒「必要な新幹線の座席の列数は$n=$（　②　）と表すことができるので，aとbの値を考えると，最も少ない生徒の参加人数は（　③　）人です。」

先生「正解です。文字を用いた式を使って生徒の参加人数を考えることができましたね。」

令和６年度

6　1辺の長さが n cm（n は2以上の整数）の正方形の板に，図1のような1辺の長さが1cmの正方形の黒いタイル，または斜辺の長さが1cmの直角二等辺三角形の白いタイルを貼る。板にタイルを貼るときは，黒いタイルを1枚使う【貼り方Ⅰ】，または白いタイルを4枚使う【貼り方Ⅱ】を用いて，タイルどうしが重ならないように板にすき間なくタイルをしきつめることとする。

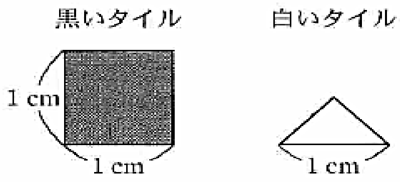
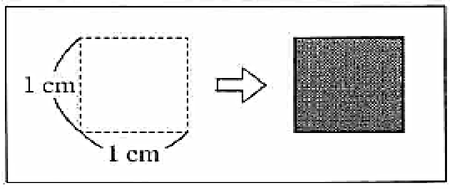
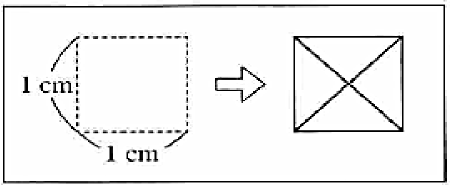


図1

【貼り方Ⅰ】



【貼り方Ⅱ】



例えば，$n=3$ の場合について考えるとき，図2は黒いタイルを7枚，白いタイルを8枚，合計15枚のタイルを使って板にタイルをしきつめたようすを表しており，図3は黒いタイルを4枚，白いタイルを20枚，合計24枚のタイルを使って板にタイルをしきつめたようすを表している。

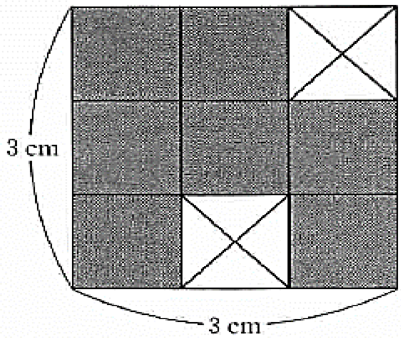


図2

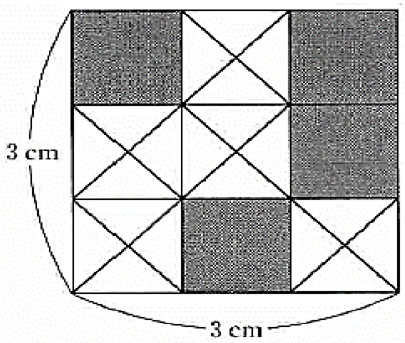


図3

このとき，次の1，2，3の問いに答えなさい。

1　$n=4$ の場合について考える。白いタイルだけを使って板にタイルをしきつめたとき，使った白いタイルの枚数を求めなさい。

2　$n=5$ の場合について考える。黒いタイルと白いタイルを合計49枚使って板にタイルをしきつめたとき，使った黒いタイルと白いタイルの枚数をそれぞれ求めなさい。

3　次の文章の①，②，③に当てはまる式や数をそれぞれ求めなさい。ただし，文章中の a は2以上の整数，b は1以上の整数とする。

> $n=a$ の場合について考える。はじめに，黒いタイルと白いタイルを使って板にタイルをしきつめたとき，使った黒いタイルの枚数を b 枚とすると，使った白いタイルの枚数は a と b を用いて（　①　）枚と表せる。
> 次に，この板の【貼り方Ⅰ】のところを【貼り方Ⅱ】に，【貼り方Ⅱ】のところを【貼り方Ⅰ】に変更した新しい正方形の板を作った。このときに使ったタイルの枚数の合計は，はじめに使ったタイルの枚数の合計よりも225枚少なくなった。これを満たす a のうち，最も小さい値は（　②　），その次に小さい値は（　③　）である。

6 反復横跳びとは，図１のように，中央の線をまたいだところから「始め」の合図で跳び始め，サイドステップで，右の線をまたぐ，中央の線に戻る，左の線をまたぐ，中央の線に戻るという動きを一定時間繰り返す種目である。

ここでは，跳び始めてからの線をまたいだ回数を「全体の回数」とする。例えば，図２のように，⓪中央→①右→②中央→③左→④中央→⑤右と動くと，右の線をまたいでいるのは２度目であり，「全体の回数」は５回である。

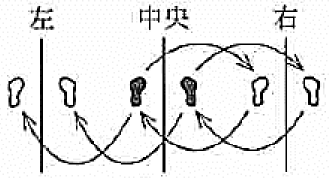


図１

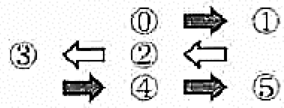


図２

反復横跳びを応用して次のことを考えた。

下の図３のように，中央の線の左右にそれぞれ n 本の線を等間隔に引き，反復横跳びと同様に中央の線をまたいだところから跳び始め，線をまたぎながら右端の線までサイドステップする。右端の線をまたいだ後は，折り返して左端の線までサイドステップする。さらに，左端の線をまたいだ後は，折り返して右端の線までサイドステップするという動きを繰り返す。なお，右端と左端の線で跳ぶとき以外は跳ぶ方向を変えないこととする。ただし，n は正の整数とする。

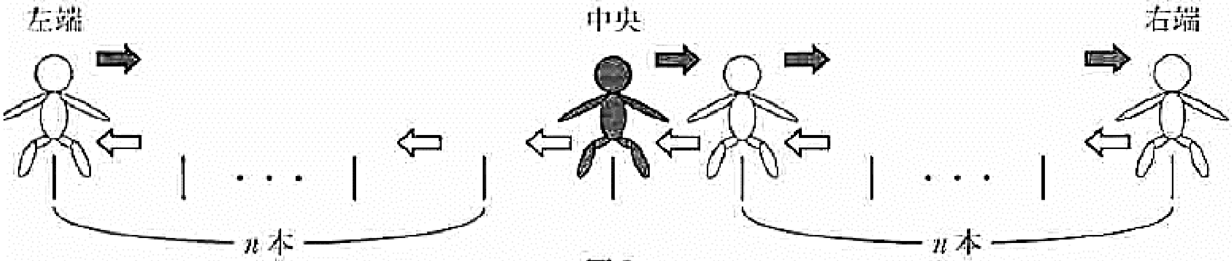


図３

このとき，次の１，２，３の問いに答えなさい。

１　図４は，$n=2$ のときである。「全体の回数」が 19 回のときにまたいでいる線を，図４のアからオの中から１つ選んで，記号で答えなさい。また，その線をまたいでいるのは何度目か答えなさい。

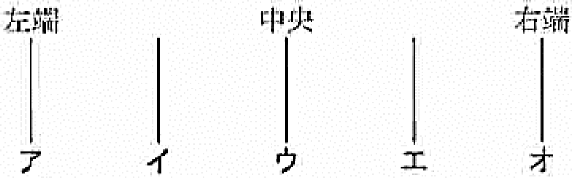


図４

２　中央→右端→中央→左端→中央と動くことを１往復とする。$n=a$ のとき，３往復したときの「全体の回数」を a を用いて表しなさい。ただし，a は正の整数とする。

３　次の文のⅠ，Ⅱに当てはまる式や数を求めなさい。ただし，b は２以上の整数とする。なお，同じ記号には同じ式が当てはまる。

左端の線を左から１番目の線とする。$n=b$ のとき，左から２番目の線を１度目にまたいだときの「全体の回数」は，b を用いて表すと（　Ⅰ　）回となる。また，左から２番目の線を 12 度目にまたいだときの「全体の回数」は，（　Ⅰ　）の８倍と等しくなる。このときの b の値は（　Ⅱ　）である。

6　図1のような，4分割できる正方形のシートを25枚用いて，1から100までの数字が書かれたカードを作ることにした。そこで，【作り方Ⅰ】，【作り方Ⅱ】の2つの方法を考えた。

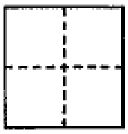


図1

【作り方Ⅰ】

図2のようにシートに数字を書き，図3のように1枚ずつシートを切ってカードを作る。

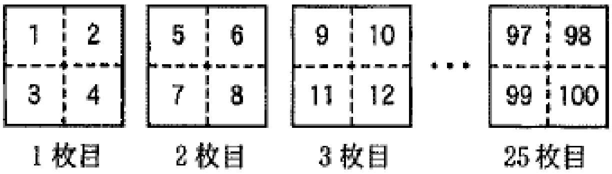


図2

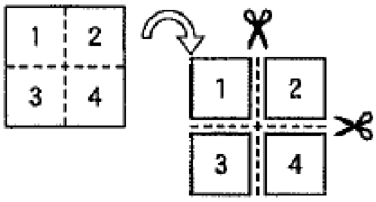


図3

【作り方Ⅱ】

図4のようにシートに数字を書き，図5のように1枚目から25枚目までを順に重ねて縦に切り，切った2つの束を重ね，横に切ってカードを作る。

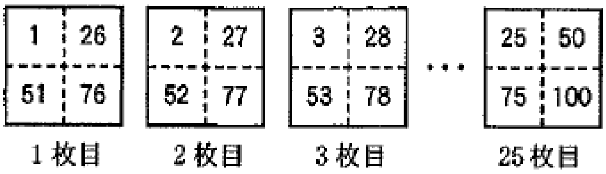


図4

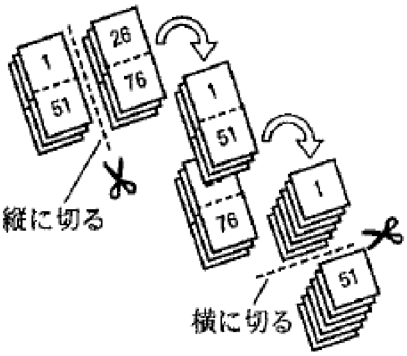


図5

このとき，次の1，2，3の問いに答えなさい。

1　【作り方Ⅰ】の7枚目のシートと【作り方Ⅱ】の7枚目のシートに書かれた数のうち，最も大きい数をそれぞれ答えなさい。

2　【作り方Ⅱ】のx枚目のシートに書かれた数を，図6のようにa，b，c，dとする。$a+2b+3c+4d=ac$が成り立つときのxの値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

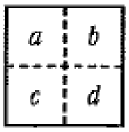
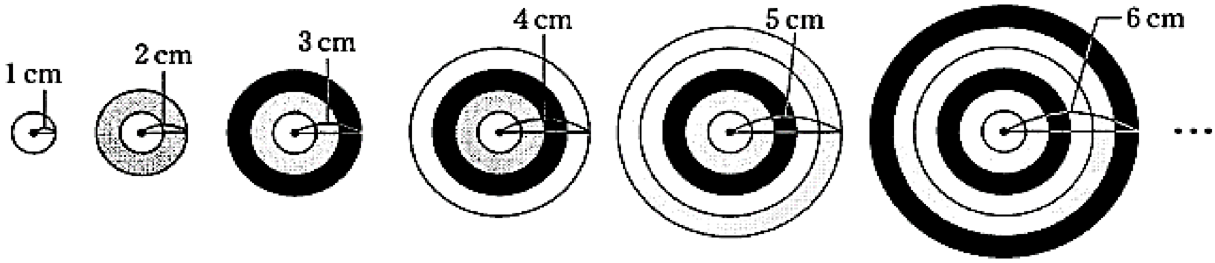


図6

3　次の文の①，②に当てはまる式や数をそれぞれ求めなさい。

【作り方Ⅰ】のm枚目のシートの4つの数の和と，【作り方Ⅱ】のn枚目のシートの4つの数の和が等しくなるとき，nをmの式で表すと（　①　）となる。①を満たすm，nのうち，$m<n$となるnの値をすべて求めると（　②　）である。ただし，m，nはそれぞれ25以下の正の整数とする。

6 図1のように，半径1cmの円を白色で塗り，1番目の図形とする。また，図2のように，1番目の図形に中心が等しい半径2cmの円をかき加え，半径1cmの円と半径2cmの円に囲まれた部分を灰色で塗り，これを2番目の図形とする。さらに，図3のように，2番目の図形に中心が等しい半径3cmの円をかき加え，半径2cmの円と半径3cmの円に囲まれた部分を黒色で塗り，これを3番目の図形とする。同様の操作を繰り返し，白色，灰色，黒色の順に色を塗り，できた図形を図4のように，4番目の図形，5番目の図形，6番目の図形，…とする。



1番目　2番目　3番目　4番目　5番目　6番目　…

図1　図2　図3　図4

また，それぞれの色で塗られた部分を「白色の輪」，「灰色の輪」，「黒色の輪」とする。例えば，図5は6番目の図形で，「灰色の輪」が2個あり，最も外側の輪は「黒色の輪」である。

このとき，次の1，2，3，4の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。

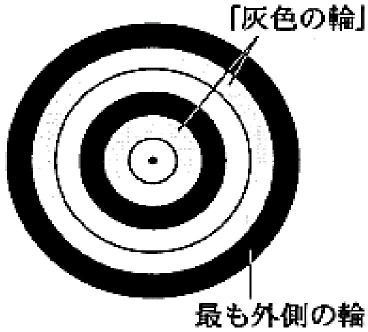


図5

1 「灰色の輪」が初めて4個できるのは，何番目の図形か。

2 20番目の図形において，「黒色の輪」は何個あるか。

3 n番目（nは2以上の整数）の図形において，最も外側の輪の面積が77π cm^{2}であるとき，nの値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

4 n番目の図形をおうぎ形にm等分する。このうちの1つのおうぎ形を取り出し，最も外側の輪であった部分を切り取り，これを「1ピース」とする。例えば，$n=5$，$m=6$の「1ピース」は図6のようになり，太線(――)でかかれた2本の曲線と2本の線分の長さの合計を「1ピース」の周の長さとする。

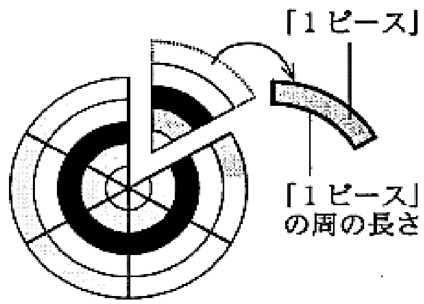


図6

このとき，次の文の①，②に当てはまる式や数を求めなさい。ただし，文中のa，bは2以上の整数とする。

$n=a$，$m=5$の「1ピース」の周の長さと，$n=b$，$m=9$の「1ピース」の周の長さが等しいとき，bをaの式で表すと，（ ① ）となる。①を満たすa，bのうち，それぞれの「1ピース」が同じ色のとき，bの値が最小となるaの値は，（ ② ）である。

形も大きさも同じ半径1 cmの円盤がたくさんある。これらを図1のように，縦m枚，横n枚(m，nは3以上の整数)の長方形状に並べる。このとき，4つの角にある円盤の中心を結んでできる図形は長方形である。さらに，図2のように，それぞれの円盤は×で示した点で他の円盤と接しており，ある円盤が接している円盤の枚数をその円盤に書く。例えば，図2は$m=3$，$n=4$ の長方形状に円盤を並べたものであり，円盤Aは2枚の円盤と接しているので，円盤Aに書かれる数は2となる。同様に，円盤Bに書かれる数は3，円盤Cに書かれる数は4となる。また，$m=3$，$n=4$ の長方形状に円盤を並べたとき，すべての円盤に他の円盤と接している枚数をそれぞれ書くと，図3のようになる。

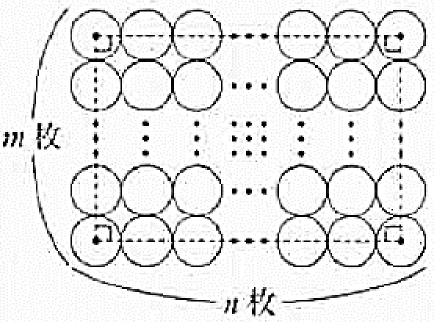


図1

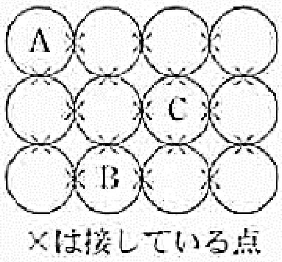


図2

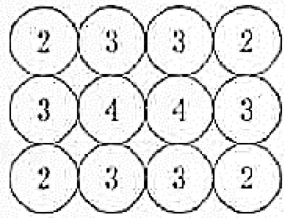


図3

このとき，次の1，2，3，4の問いに答えなさい。

1　$m=4$，$n=5$ のとき，3が書かれた円盤の枚数を求めなさい。

2　$m=5$，$n=6$ のとき，円盤に書かれた数の合計を求めなさい。

3　$m=x$，$n=x$ のとき，円盤に書かれた数の合計は440であった。このとき，xについての方程式をつくりxの値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

4　次の文の①，②，③に当てはまる数を求めなさい。ただし，a，bは2以上の整数で，$a<b$とする。

$m=a+1$，$n=b+1$ として，円盤を図1のように並べる。4つの角にある円盤の中心を結んでできる長方形の面積が780 cm^{2}となるとき，4が書かれた円盤の枚数は，$a=$(　①　)，$b=$(　②　)のとき最も多くなり，その枚数は(　③　)枚である。

図１のような，縦 a cm，横 b cm の長方形の紙がある。この長方形の紙に対して次のような【操作】を行う。ただし，a，b は正の整数であり，$a < b$ とする。

【操作】

長方形の紙から短い方の辺を１辺とする正方形を切り取る。残った四角形が正方形でない場合には，その四角形から，さらに同様の方法で正方形を切り取り，残った四角形が正方形になるまで繰り返す。

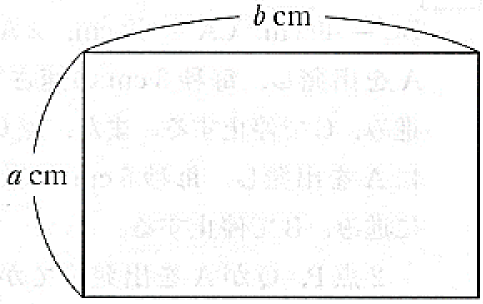


図１

例えば，図２のように，$a = 3$，$b = 4$ の長方形の紙に対して【操作】を行うと，１辺３cm の正方形の紙が１枚，１辺１cm の正方形の紙が３枚，全部で４枚の正方形ができる。

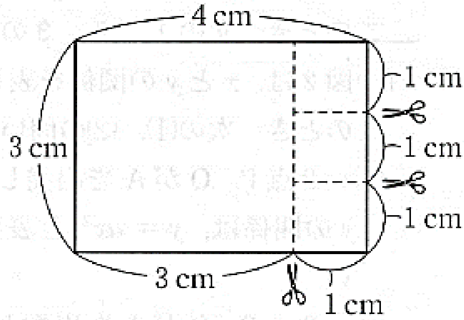


図２

このとき，次の１，２，３，４の問いに答えなさい。

１　$a = 4$，$b = 6$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったとき，できた正方形のうち最も小さい正方形の１辺の長さを求めなさい。

２　n を正の整数とする。$a = n$，$b = 3n + 1$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったとき，正方形は全部で何枚できるか。n を用いて表しなさい。

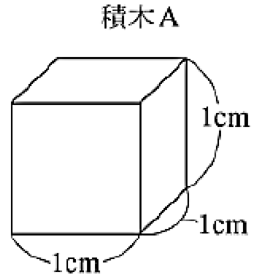
３　ある長方形の紙に対して【操作】を行ったところ，３種類の大きさの異なる正方形が全部で４枚できた。これらの正方形は，１辺の長さが長い順に，12 cm の正方形が１枚，x cm の正方形が１枚，y cm の正方形が２枚であった。このとき，x，y の連立方程式をつくり，x，y の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

４　$b = 56$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったところ，３種類の大きさの異なる正方形が全部で５枚できた。このとき，考えられる a の値をすべて求めなさい。

図１のような１辺１ cm の立方体の，色が塗られていない積木A がたくさんある。これらをすき間がないように並べたり積み上げたりして直方体をつくる。

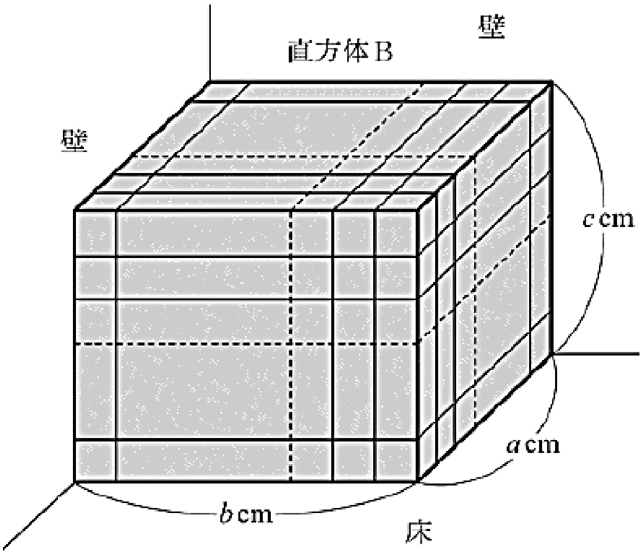
図２のように，垂直に交わる２つの壁とそれらに垂直に交わる床があり，これらの２つの壁と床に，つくった直方体を接するように置く。この直方体の２つの壁と床に接していない残りの３つの面に色を塗り，これを直方体Ｂとし，縦，横，高さをそれぞれ a cm，b cm，c cm とする。

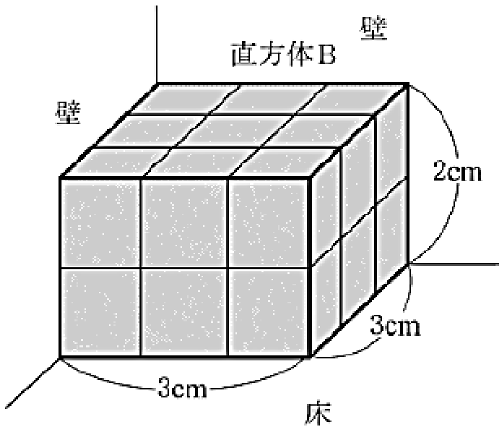
図１



例えば，図３は $a=3$, $b=3$, $c=2$ の直方体Ｂであり，色が塗られた面の面積の合計は 21 cm^2 となり，１面だけに色が塗られた積木Ａは８個となる。

このとき，次の問１，問２，問３に答えなさい。





問１　$a=4$，$b=5$，$c=3$ である直方体Ｂについて，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 用いた積木Ａの個数を求めなさい。

(2) 色が塗られた面の面積の合計を求めなさい。

問２　底面が正方形で，$c=5$ である直方体Ｂについて，１面だけに色が塗られた積木Ａは 65 個であった。このとき，底面の正方形の１辺の長さを x cm として方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問３　84 個の積木Ａをすべて用いて直方体Ｂをつくる。このとき，ちょうど２面に色が塗られる積木Ａは何個か，考えられる個数のうち最も少ない個数を求めなさい。

下の**図１**のような，縦 5 cm，横 8 cm の長方形の紙 A がたくさんある。A をこの向きのまま，**図２**のように，m 枚を下方向につないで長方形 B をつくる。次に，その B をこの向きのまま，**図３**のように，右方向に n 列つないで長方形 C をつくる。

長方形の【つなぎ方】は，次の（ア），（イ）のいずれかとする。

【つなぎ方】	（ア） 幅 1 cm 重ねてのり付けする。 （イ） すきまなく重ならないように透明なテープで貼る。

図１

長方形の紙 A

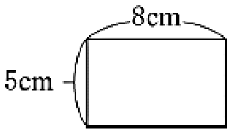


図２

長方形 B

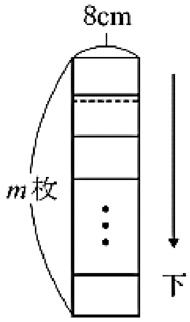
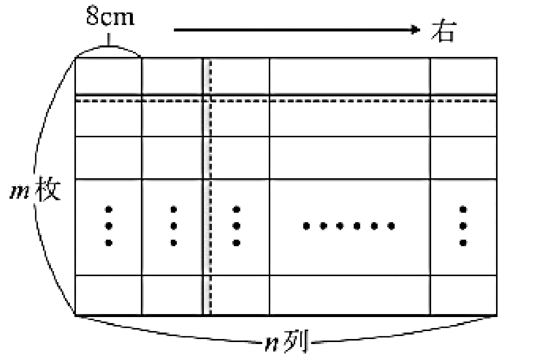


図３

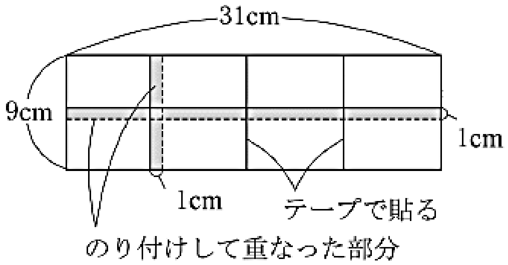
長方形 C



例えば，**図４**のように，A を 2 枚，（ア）で 1 回つないで B をつくり，その B を 4 列，（ア）で 1 回，（イ）で 2 回つないで長方形 C をつくる。この C は，$m=2$，$n=4$ であり，縦の長さが 9 cm，横の長さが 31 cm となり，のり付けして重なった部分の面積は 39 cm^2 となる。

このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**，**問４**に答えなさい。

図４



問１　【つなぎ方】は，すべて（イ）とし，$m=2$，$n=5$ の C をつくった。このとき，C の面積を求めなさい。

問２　【つなぎ方】は，すべて（ア）とし，$m=3$，$n=4$ の C をつくった。このとき，のり付けして重なった部分の面積を求めなさい。

問３　A をすべて（ア）でつないで B をつくり，その B をすべて（イ）でつないで C をつくった。C の周の長さを ℓ cm とする。右方向の列の数が下方向につないだ枚数より 4 だけ多いとき，ℓ は 6 の倍数になる。このことを，m を用いて証明しなさい。

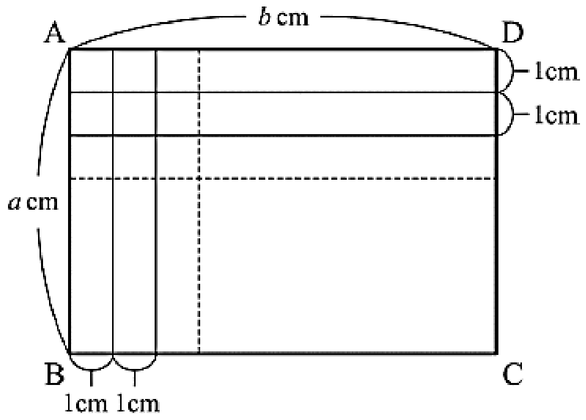
問４　C が正方形になるときの 1 辺の長さを，短い方から 3 つ答えなさい。

平成２８年度

AB＝a cm，AD＝b cm（a，b は正の整数）の長方形 ABCD がある。**図１**のように，辺 AB と辺 DC の間にそれらと平行な長さ a cm の線分を 1 cm 間隔にひく。同様に，辺 AD と辺 BC の間に長さ b cm の線分を 1 cm 間隔にひく。

さらに，対角線 AC をひき，これらの線分と交わる点の個数を n とする。ただし，2 点 A，C は個数に含めないものとし，対角線 AC が縦と横の線分と同時に交わる点は，1 個として数える。

図１



また，長方形 ABCD の中にできた 1 辺の長さが 1 cm の正方形のうち，AC が通る正方形の個数を考える。ただし，1 辺の長さが 1 cm の正方形の頂点のみを AC が通る場合は，その正方形は個数に含めない。

例えば，**図２**のように $a=2$，$b=4$ のときは，$n=3$ となり，AC が通る正方形は 4 個である。**図３**のように $a=2$，$b=5$ のときは，$n=5$ となり，AC が通る正方形は 6 個である。

図２

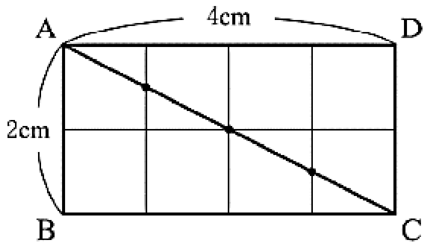
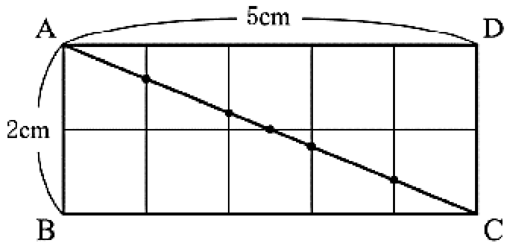


図３



このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

問１　$a=3$，$b=4$ のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) n の値を求めなさい。

(2) AC が通る正方形の個数を求めなさい。

問２　b の値が a の値の 3 倍であるとき，長方形 ABCD の中にできた 1 辺の長さが 1 cm のすべての正方形の個数から，AC が通る正方形の個数をひくと 168 個であった。このとき，a の方程式をつくり，a の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問３　$a=9$ のとき，$n=44$ であった。このとき，考えられる b の値をすべて求めなさい。

棒状の磁石と鉄球をたくさん用意し，それらを**写真１**や**写真２**のように長方形状に組み合わせた。**図１**は**写真１**を模式的に表した図形であり，縦，横，斜めの線分の長さをそれぞれ 3 cm，4 cm，5 cm の長方形とする。**図２**は**写真２**を模式的に表した図形であり，**図２**の中には，**図１**の長方形が縦に２段，横に３列ある。この図形を「2 段 3 列の図形」とよぶことにする。このように**図１**の長方形が縦に a 段，横に b 列ある図形を「a 段 b 列の図形」とよぶ。また，鉄球が使われている部分を，図形では「交点」とよぶ。

写真１

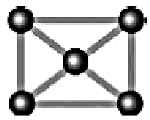


写真２

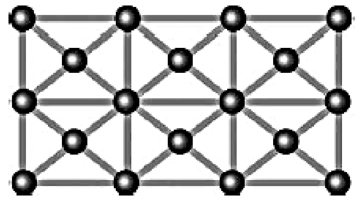


図１

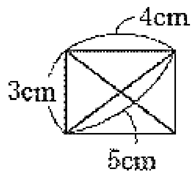
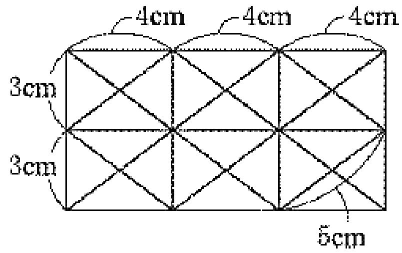


図２



ここでは，図形における「交点」の個数や縦，横，斜めの線分の長さの合計を考える。例えば，**図２**では，「交点」の個数は 18 個であり，縦，横，斜めの線分の長さをそれぞれ合計すると，24 cm，36 cm，60 cm となる。

このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**に答えなさい。

問１　「3 段 4 列の図形」について考える。次の (1)，(2) の問いに答えなさい。

(1)　「交点」の個数を求めなさい。

(2)　斜めの線分の長さの合計を求めなさい。

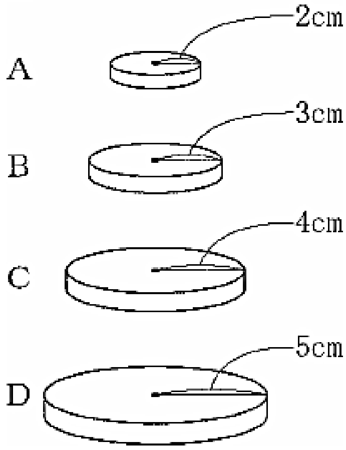
問２　縦の段の数が横の列の数より 2 だけ多い図形があり，「交点」の個数は 111 個である。横の列の数を x として方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問３　斜めの線分の長さの合計が 280 cm である図形のうち，縦の線分の長さと横の線分の長さの合計が最も小さくなる図形は「何段何列の図形」か。

図１のような，円柱の形をした４種類の積木A，B，C，Dがそれぞれたくさんある。積木A，B，C，Dの底面の半径は，順に２cm，３cm，４cm，５cmであり，高さはいずれも１cmである。この積木を水平な台の上で何枚か重ねて立体をつくり，その体積や表面積を考える。ただし，すべての積木の底面の中心は一直線上にあり，その直線が台に垂直になるように積木を重ねるものとする。また，立体の表面積とは，つくった立体の表面全体の面積のことであり，台と接している面の面積もふくめる。

このとき，次の**問１**，**問２**，**問３**，**問４**に答えなさい。ただし，円周率はπとする。

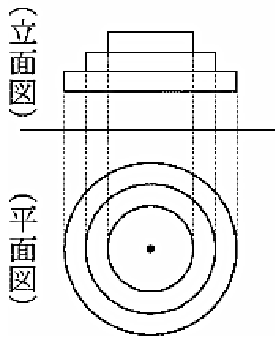
図１



問１　積木Bを２枚重ねてつくった立体の体積を求めなさい。

問２　積木A，B，Cを１枚ずつ重ねて，投影図が**図２**となるように立体をつくった。この立体の表面積を求めなさい。

図２



問３　**図３**のように積木Cを14枚重ねて立体をつくった。この立体の上の方から積木Cをx枚取り除き，そのかわりに積木Aをy枚重ねて，**図４**のような立体につくりかえた。**図４**の立体は，表面積が200π cm^{2}であり，体積は**図３**の立体の体積と等しかった。

このとき，x，yの連立方程式をつくり，x，yの値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

図３

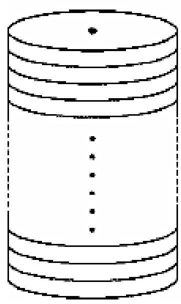
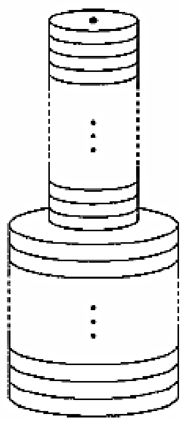


図４



問４　積木Aをa枚，Bをb枚，Cをc枚，Dをd枚重ねて立体をつくったところ，その体積が67π cm^{3}となった。積木A，B，C，Dをそれぞれ何枚使ったか。考えられる枚数の組のうち，使った枚数の合計が少ない方から３つ答えなさい。ただし，答えは［a，b，c，d］のように書き，使わない積木がある場合はその枚数を０と書くこと。

大小２つのさいころを同時に投げて，大きいさいころの出た目の数を m，小さいさいころの出た目の数を n とする。このとき，PQ＝m cm，PS＝n cm である長方形 PQRS を作る。

初めに長方形を図１のように頂点 P を原点 O に重ね，辺 PQ を x 軸，辺 PS を y 軸にそれぞれ重ねて置く。この長方形を，図２のように右下の頂点 Q を中心に矢印の向きに回転させ，図３のように辺 QR を x 軸に重ねる。次に，長方形を右下の頂点 R を中心に同じ向きに回転させ，図４のように辺 RS を x 軸に重ねる。以下同じように，長方形を右下の頂点を中心に回転させていく。ただし，座標軸の１目もりを 1 cm とする。

また，図１の状態から図３の状態になったとき，長方形を１回「ころがした」ということにする。図４は長方形を２回「ころがした」ときの図である。

このとき，次の問１，問２，問３，問４に答えなさい。

図１

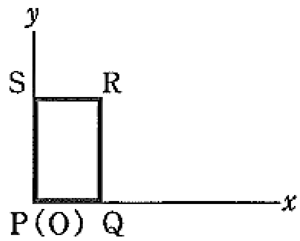


図２

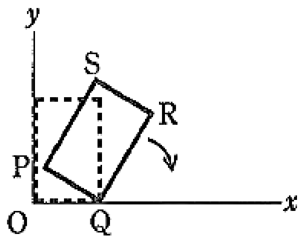


図３

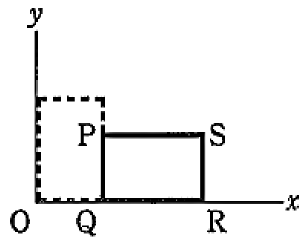
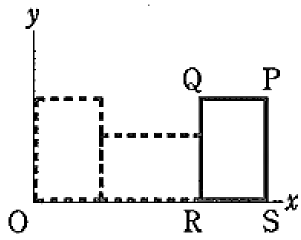


図４

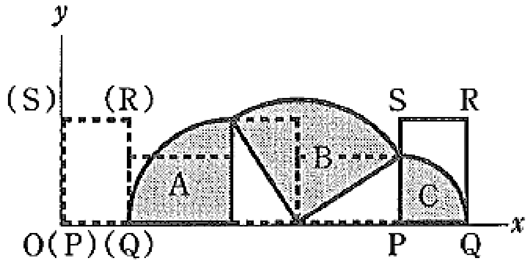


問１　大きいさいころの出た目の数が３，小さいさいころの出た目の数が５のとき，長方形を１回「ころがした」ときの頂点 S の座標を求めなさい。

問２　長方形を２回「ころがした」ときの頂点 P の y 座標が５であるとき，大小２つのさいころの目の出方は何通りあるか。

問３　長方形を４回「ころがした」ときの頂点 Q が動いた跡(あと)は，図５のような３つのおうぎ形 A，B，C の弧になる。このとき，２つのおうぎ形 A，C の面積の和を T cm^2，おうぎ形 B の面積を U cm^2 とすると，T＝U となることを m，n を用いて証明しなさい。ただし，円周率は π とする。

図５



問４　長方形を 40 回「ころがした」とき，頂点 Q の x 座標が 185 以上になる確率を求めなさい。

図１のような，１辺の長さが２cm の正方形の紙 A と，１辺の長さが１cm の正方形の紙 B がある。A と B をどちらも１枚以上用い，これらをすき間なく重ならないように並べて正方形をつくる。このとき，A と B の並べ方に関係なく，それぞれ並べた枚数について考える。

例えば，１辺の長さが４cm の正方形は，図２のように，A を３枚と B を４枚並べた場合，A を２枚と B を８枚並べた場合，A を１枚と B を 12 枚並べた場合がある。

次の問１，問２，問３の問いに答えなさい。

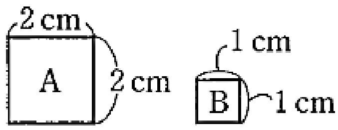


図１

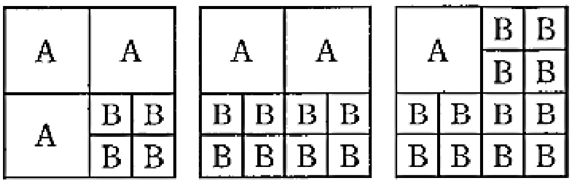


図２

問１　A を２枚用いて，１辺の長さが５cm の正方形をつくるには，B は何枚必要か。

問２　A と B を用いて，１辺の長さが６cm の正方形をつくる。このとき，A と B の枚数の組み合わせは何通りあるか。

問３　A と B を用いて，１辺の長さが $a$cm(a は奇数)の正方形をつくる。A を最も多く用いたとき，図３のように，$a=3$ の正方形を１番目の正方形，$a=5$ の正方形を２番目の正方形，$a=7$ の正方形を３番目の正方形，……とする。

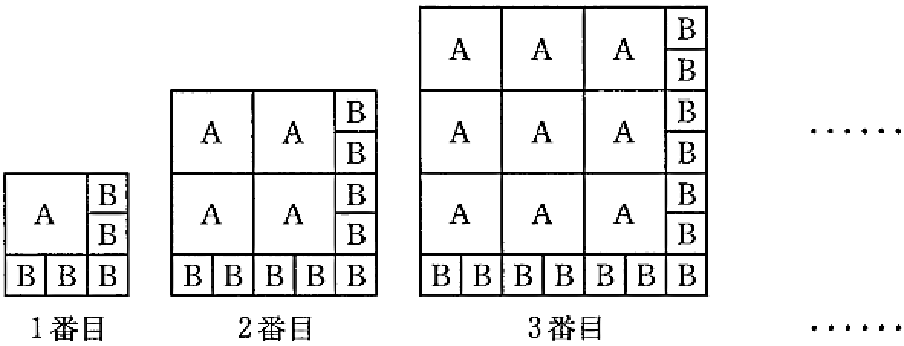


図３

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　n 番目の正方形をつくったところ，A と B を用いた枚数の合計が 61 枚であった。このとき，n についての方程式をつくり，n の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

(2)　A と B をそれぞれ何枚か用いて，m 番目の正方形だけをいくつかつくる。これらをすき間なく重ならないように並べて，縦の長さが 180cm，横の長さが 270cm の長方形をつくるとき，考えられる m の値のうち，最も大きい値を求めなさい。

図１のような片方の面が白でもう片方の面が黒のメダルが何枚かある。

また，図２のように１から 10 までの数が１つずつ書かれた 10 枚のカードがあり，この中から何枚かを同時にひき，それらのカードに書かれた数の和を求め，次の【操作】を行う。ただし，1 枚だけひくときは，そのカードに書かれた数を和とする。

図１

図２

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$

$\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$

【操作】

最初にすべてのメダルを白が上になるように横一列に並べる。カードに書かれた数の和の枚数だけ，メダルを左端(はし)から右へ順に１枚ずつ裏返していく。ただし，右端のメダルまで裏返しても，裏返そうとしている枚数に足りないときは，左端のメダルにもどり裏返しを続けるものとする。

メダルの色については，メダルの上の面の色を考えるものとする。

例えば図３のように，メダルが全部で５枚あり，$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の 2 枚のカードをひいたときは 7 枚裏返すことになるから，【操作】が終了すると，メダルは左から２番目までは白で，その他は黒になる。

このとき，次の問１，問２に答えなさい。

図３

問１　メダルが全部で５枚あるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) カードを１枚だけひいて【操作】を行う。【操作】が終了したとき，4 枚のメダルが黒になる確率を求めなさい。

(2) カードを２枚ひいて【操作】を行う。【操作】が終了したとき，メダルは図４のようになった。2 枚のカードそれぞれに書かれている数として，考えられるものを１組書きなさい。

図４

問２　A さんはメダルを 10 枚，B さんはメダルを n 枚持っている。A さんがカードを何枚かひき，A さん，B さんそれぞれが【操作】を行う。例えば，A さんがひいたカードに書かれた数の和が 3 のとき，A さんも 3 枚，B さんも 3 枚，自分のメダルをそれぞれ裏返すことになる。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) A さんは右端のメダルを白から黒に２度目に裏返したところで【操作】が終了した。また，B さんは左から 2 番目のメダルを白から黒に 3 度目に裏返したところで【操作】が終了した。このとき，n についての方程式をつくり，n の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

(2) 【操作】が終了したとき，A さん，B さんともに，すべてのメダルが黒になった。考えられる n の値をすべて求めなさい。ただし，n は 10 より小さい自然数とする。

図１のような１辺の長さが１ cm の立方体があり，向かい合う面には同じ数が書かれている。図２のような縦 a cm，横 b cm (a，b は２以上の整数) の長方形の紙があり，立方体をその A 地点に置き，矢印の方向に長方形の辺に沿って，B 地点まで転がして移動させる。ただし，立方体を A 地点に置くときには，図３のような向きで置く。立方体を転がすたびに，長方形の紙と接した立方体の面に書かれている数を長方形の紙に記録していく。A 地点にはあらかじめ１が書かれている。例えば，$a=3$, $b=4$ のとき，図４のように数が記録される。

このとき，次の問１～問３に答えなさい。

図１

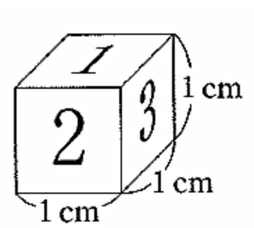


図２

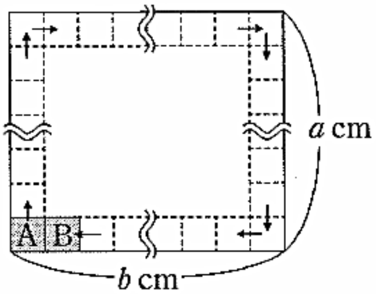


図３

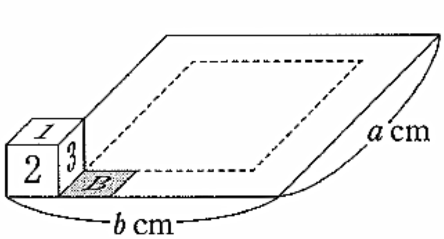


図４

1	3	1	3
2			2
1	3	1	3

問１　$a=2$，$b=3$ のとき，長方形の紙に記録される数を書きなさい。

問２　$a=99$，$b=101$ のとき，長方形の紙に２は何回記録されるか。

問３　長方形の紙に記録された数の和について考える。ただし，A 地点の１も加えるものとする。

このとき，次の (1)，(2) の問いに答えなさい。

(1) $a=2x+1$ (x は自然数)，$b=20$ のとき，和は 124 であった。このとき，x の方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

(2) 図５のように，$a=5$，$b=7$ のときの和と，$a=4$，$b=7$ のときの和は等しい。このように，１つの b の値に対して，a の値が異なっても，和が等しくなる場合がある。b が７でない奇数のとき，次の文の ア ， イ にあてはまる数を求めなさい。

$a=$ 5 ，$b=$ ア のときの和と，

$a=$ イ ，$b=$ ア のときの和は等しい。

図５

$a=5$，$b=7$

1	3	1	3	1	3	1
2						2
1						1
2						2
1	3	1	3	1	3	1

$a=4$，$b=7$

2	3	2	3	2	3	2
1						1
2						2
1	3	1	3	1	3	1

図１のような対角線の長さが４cm の正方形の薄い紙がある。この紙の２本の対角線によって区切られた部分を，図２のように黒と白で塗り，図２と同じ向きに，何枚かを横一列に置いて長方形をつくる。ただし，１枚目を置いた後，２枚目，３枚目，…を次の【**置き方**】で置く。

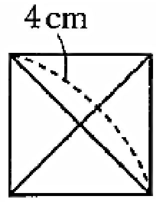


図１

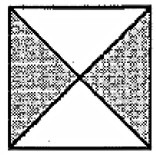


図２

【**置き方**】
(ア)　直前に置かれた紙の右に，すき間なく重ならないように置く。
(イ)　直前に置かれた紙のちょうど右半分がかくれるように，重ねて置く。

たとえば，全部で４枚の紙を置いて長方形をつくるとき，２枚目から４枚目を順に (ア)，(イ)，(イ) で置くと，図３のような長方形になる。

このとき，次の**問１**，**問２**の問いに答えなさい。

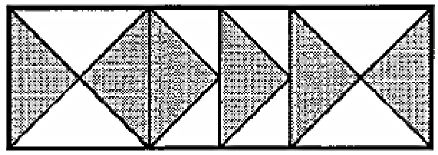


図３

問１　全部で５枚の紙を置いて長方形をつくるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) ２枚目から５枚目を順に (ア)，(イ)，(ア)，(イ) で置いたとき，長方形のなかに，直角をはさむ２辺の長さが２cm の白い直角二等辺三角形はいくつあるか。

(2) ２枚目から５枚目を順に (イ)，(イ)，(ア)，(ア) で置いたとき，長方形の横の長さを求めなさい。

問２　図２のように塗った紙をＡとする。また，図１の紙を図４のように黒と白で塗った紙をＢとする。ＡとＢを何枚かずつ用い，図２，図４と同じ向きに置いて長方形をつくる。ただし，２枚目からは上の【**置き方**】で置く。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。


図４

(1) ＡとＢを全部で 10 枚用い，２枚目から 10 枚目をすべて (イ) で置いた。10 枚目はＡで，長方形の黒い部分の面積の合計が 26 cm^2 であった。このとき，Ａの枚数を x 枚，Ｂの枚数を y 枚として方程式をつくり，Ａ，Ｂの枚数をそれぞれ求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

(2) Ａを何枚かと，Ｂを４枚置いたとき，長方形の黒い部分の面積の合計は 60 cm^2 で，白い部分の面積の合計より８cm^2 大きかった。このとき，Ａを何枚置いたか，考えられる値のうち最も小さい値を求めなさい。

平成２０年度

解答（令和７年度）

6	1	7（番）	2	3（番目）	1は3点 2は4点
	3	① $2a-1$	② $2b$		6点
		③ 15			

得点

13

解答（令和６年度）

6	1	19(列)	1は3点
	2	116(人)	2は4点
	3	①（ $5(n-1)$ ）　②（ $41-a+b$ ）　③（ 185 ）	3は6点

解答（令和５年度）

6	1	64(枚)	1は3点	13
	2	(黒いタイル)17(枚)，(白いタイル)32(枚)	2は4点	
	3	①（ $4(a^2-b)$ ）　②（ 9 ）　③（ 11 ）	3は6点	

解答（令和４年度）

1. エ，6度目

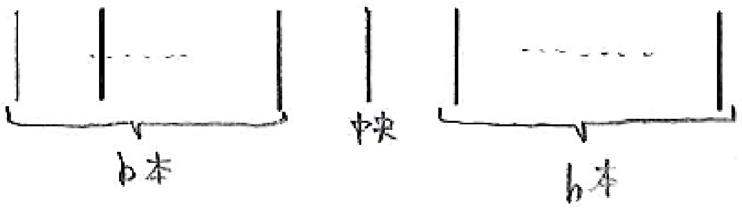
2. 左⇄中⇄右

① 中→右 … a回
② 中←右 … a回
③ 左←中 … a回
④ 左→中 … a回

1往復で4a回

3往復 … $4a \times 3 = 12a$　　<u>12a回</u>

3. 左から2番目の線を1度目にまたいだときの全体の回数は、



① … b回
② … b回
左から2番目の線を1度目にまたぐ … $(b-1)$回
したがって　$b+b+(b-1) = 3b-1$

I … <u>$3b-1$</u>

1往復すると左から2番目の線を2度またぐので
(左から2番目の線を12度目にまたぐ)
‖
(5往復 + ① + ② + ③ + 1)
‖
$4b \times 5 + b + b + b + 1$
‖
$23b + 1$

Iの8倍は　$(3b-1) \times 8 = 24b - 8$ なので
$23b + 1 = 24b - 8$
$b = 1 + 8$
$b = 9$

II … <u>9</u>

解答（令和３年度）

<table>
<tr><td rowspan="3">6</td><td>1</td><td>【作り方Ⅰ】（ 28 ）　【作り方Ⅱ】（ 82 ）</td><td rowspan="3">1は4点
2は7点
3は5点</td><td rowspan="3">16</td></tr>
<tr><td>2</td><td>（例）
$a=x$，$b=x+25$，$c=x+50$，$d=x+75$ と表される。
$a+2b+3c+4d=ac$ に代入して
$x+2(x+25)+3(x+50)+4(x+75)=x(x+50)$
$10x+500=x^2+50x$
$x^2+40x-500=0$
$(x+50)(x-10)=0$
$x=-50$，$x=10$
xは正の整数だから　$x=10$
答え（ $x=10$ ）</td></tr>
<tr><td>3</td><td>①（ $(n=)\ 4m-39$ ）　②（ $(n=)\ 17$，21，25 ）</td></tr>
</table>

解答（令和２年度）

<table>
<tr><td rowspan="3">6</td><td>1</td><td>11(番目)</td><td>2</td><td>6(個)</td><td rowspan="3">1は2点
2は3点
3は6点
4は6点</td><td rowspan="3">17</td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="3">(例)
最も外側にある輪の面積は
$\pi n^2-\pi(n-1)^2=\pi(2n-1)$
これが $77\pi\ \mathrm{cm}^2$ になるから
$\pi(2n-1)=77\pi$
$2n=78$
よって　$n=39$
この解は問題に適している。　　答え（ $n=39$ ）</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="3">①（ $(b=)\dfrac{9a-2}{5}$ ）　②（ $(a=)8$ ）</td></tr>
</table>

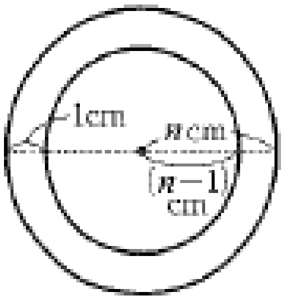
6

1番目	2番目	3番目	4番目	5番目	6番目
白色	灰色	黒色	白色	灰色	黒色
7番目	8番目	9番目	10番目	11番目	12番目
白色	灰色	黒色	白色	灰色	黒色

1　白色，灰色，黒色の順に３色を繰り返し塗っていくから，これら３色を一組とする。「灰色の輪」は，１個目が２番目，２個目が $2+3=5$ 番目，３個目が $5+3=8$ 番目，４個目が $8+3=11$ 番目　にできる。したがって，11番目の図形。

2　$20=3\times6+2$，20番目の図形には３色一組が６組と，白色，灰色の２色の輪がある。「黒色の輪」は３色一組の中に１個ずつ含まれるから，６組の中に６個ある。

3　n 番目の図形の最も外側の輪は，半径 n cm の円から半径 $(n-1)$cm の円を除いたものである。面積が $77\pi\ \mathrm{cm}^2$ だから



$\pi n^2-\pi(n-1)^2=77\pi$，両辺を π でわると　$n^2-(n-1)^2=77$，$n^2-n^2+2n-1=77$
$2n=78$，$n=39$

4　$n=a$，$m=5$ の「１ピース」は，半径 a cm の円から半径 $(a-1)$cm の円を除いた最も外側の輪を５等分したものである。また，$n=b$，$m=9$ の「１ピース」は，半径 b cm の円から半径 $(b-1)$cm の円を除いた最も外側の輪を９等分したものである。周の長さは，内側と外側の２本の曲線(弧)の長さと両端の２本の線分 2 cm の和になる。２つの「１ピース」の周の長さが等しいから

$$\frac{2\pi a+2\pi(a-1)}{5}+2=\frac{2\pi b+2\pi(b-1)}{9}+2$$

$\dfrac{4a-2}{5}=\dfrac{4b-2}{9}$，$5(4b-2)=9(4a-2)$，

$20b=36a-8$，$b=\dfrac{9a-2}{5}$ …①

a，b は２以上の整数だから①の分子 $9a-2$ は分母５の倍数。$a=3$ のとき

$b=\dfrac{9\times3-2}{5}=\dfrac{25}{5}=5$，３番目と５番目の色は黒色と灰色で適さない。$a=8$ のとき

$b=\dfrac{9\times8-2}{5}=\dfrac{70}{5}=14$　　$8=3\times2+2$，

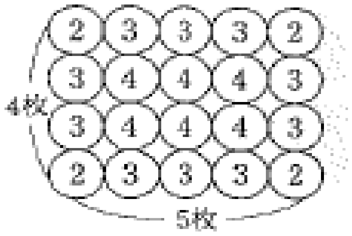
$14=3\times4+2$　より，８番目と14番目の色は，ともに２番目と同じ灰色になる。２つの値は問題に適しているから　$a=8$ …②

解答（平成３１年度）

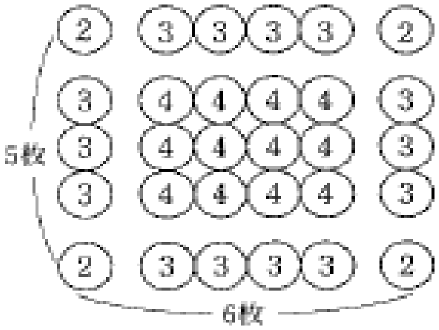
6	1	10(枚)	2	98	1は2点 2は3点 3は6点 4は6点	17
	3	(例) 円盤に書かれた数の合計は $2\times4+3\times4(x-2)+4\times(x-2)^2=4x^2-4x$ これが440になるから $4x^2-4x=440$ $x^2-x-110=0$ $(x+10)(x-11)=0$ $x=-10,\ x=11$ $x\geqq3$より，$x=11$ 答え($x=11$)				
	4	①（ 13 ） ②（ 15 ） ③（ 168 ）(枚)				

6 1　右上の図のように，3が書かれた円盤は長方形状に並べた円盤の周りにだけあって，内部にはない，$m=4$，$n=5$のとき

左側と右側に
$4-2=2$(枚)ずつ
上側と下側に
$5-2=3$(枚)ずつ
あるから
$2\times2+3\times2=10$枚



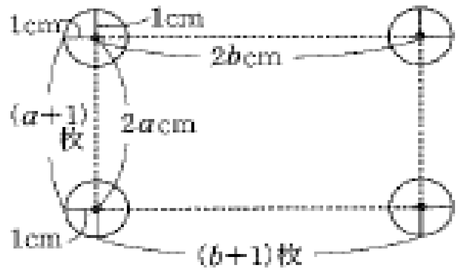
2　$m=5$
$n=6$
のとき



2の円盤：4つの角に4枚
3の円盤：$(5-2)\times2+(6-2)\times2=14$枚
4の円盤：$(5-2)\times(6-2)=3\times4=12$枚
数の合計は　$2\times4+3\times14+4\times12=98$

3　$m=x$，$n=x$のとき，2の円盤：4枚
3の円盤：$(x-2)\times2+(x-2)\times2=4x-8$
4の円盤：$(x-2)\times(x-2)=(x-2)^2$枚
円盤に書かれた数の合計は440だから
$2\times4+3(4x-8)+4(x-2)^2=440$
$4x^2-4x-440=0$，$x^2-x-110=0$，
$(x+10)(x-11)=0$，$x\geqq3$より　$x=11$

4　直径2 cm の円盤を縦に$(a+1)$枚，横に$(b+1)$枚並べる。



角にある円盤の中心を結んでつくる長方形の縦は，直径の和から上下 1 cm ずつを引いて　$2(a+1)-1\times2=2a$(cm)，横も$2(b+1)-1\times2=2b$(cm)　長方形の面積から　$2a\times2b=780$，$ab=195$　a，bは195の約数で右のように求める。
一方，4が書かれた円盤は縦に$(a+1)-2=a-1$(枚)，横に$(b+1)-2=b-1$(枚)並ぶ。

1×195
3×65
5×39
13×15

枚数は　$(a-1)(b-1)=ab-(a+b)+1$
$ab=195$を代入して　$195-(a+b)+1=196-(a+b)$　この値が最も大きくなるのは，$a+b$の値が最も小さくなるとき。
a，bは2以上の整数，$a<b$の条件を満たすのは右上のかけ算で求めた195の約数の中で　$a=13$，$b=15$　円盤の枚数は
$196-(a+b)=196-(13+15)=168$(枚)

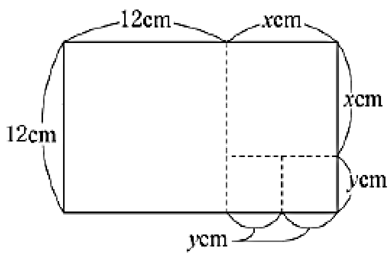
解答（平成３０年度）

6	問１	２ (cm)	2
	問２	$n+3$ (枚)	3
	問３	(例) $\begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots① \\ x=2y & \cdots\cdots② \end{cases}$ ②を①に代入すると $2y+y=12$ $y=4$ ②に代入すると $x=8$ これらの解は問題に適している。 答え（$x=8$，$y=4$）	6
	問４	($a=$) 21，32，40	6

6 問１　まず，１辺の長さが 4cm の正方形を１枚切り取ると，残りは，縦 4cm，横 2cm の長方形となる。縦 4cm，横 2cm の長方形は，１辺の長さが 2cm の正方形２枚に切り分けられ，ここで【操作】が終わる。よって，最も小さい正方形の１辺の長さは 2cm

問２　まず，１辺の長さが $n$cm の正方形を３枚切り取ると，残りは，縦 $n$cm，横 1cm の長方形となる。縦 $n$cm，横 1cm の長方形は，１辺の長さが 1cm の正方形 n 枚に切り分けられ，ここで【操作】が終わる。よって，できる正方形の枚数は $n+3$(枚)

問３　問題のように切り分けられるとき，はじめの長方形の紙は右の図のようになる。



よって，はじめの長方形の縦の長さについて，$x+y=12$…①，１辺の長さが 12cm の正方形を１枚切り取って残った長方形の横の長さについて，$x=2y$…②が成り立つので，①，②を連立方程式として解く。
②を①に代入すると，$2y+y=12$　$y=4$(cm)…③
③を②に代入すると，$x=2\times4=8$(cm)
これらは問題に適している。

問４　３種類の大きさの異なる正方形を大きさの順に大，中，小とする。
小は，中を切り取って残った長方形の紙を何等分かすることによってできるので，小が１枚ということはありえない。
小が２枚のとき，中が１枚であれば，大は，$5-2-1=2$(枚)だから，図１のようになる。
同じように考えて，小が２枚のとき，中が２枚であれば，大は１枚だから，図２のようになり，
小が３枚のとき，中と大はそれぞれ１枚ずつだから，図３のようになる。
小の１辺の長さを $x$cm とすると，
図１において，中の１辺の長さは $2x$cm，大の１辺の長さは $3x$cm だから，全体の横の長さについて，
$3x+3x+2x=56$　$8x=56$　$x=7$ だから，全体の縦の長さは，$a=3\times7=21$(cm)
図２において，中の１辺の長さは $2x$cm，大の１辺の長さは $5x$cm だから，全体の横の長さについて，
$5x+2x=56$　$7x=56$　$x=8$ だから，全体の縦の長さは，$a=5\times8=40$(cm)
図３において，中の１辺の長さは $3x$cm，大の１辺の長さは $4x$cm だから，全体の横の長さについて，
$4x+3x=56$　$7x=56$　$x=8$ だから，全体の縦の長さは，$a=4\times8=32$(cm)

図１

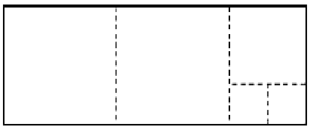


図２

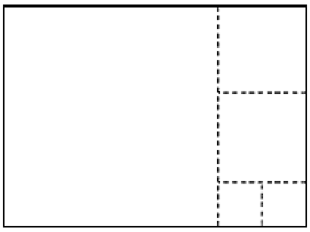
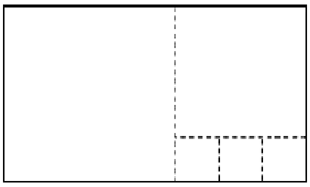


図３



解答（平成２９年度）

問題番号			解答	配点	備考
6	問１	(1)	60 （個）	2	
		(2)	47 （cm^2）	3	
	問２		(例) 1 面だけに色が塗られた積木 A が 65 個だから $(x-1)^2+4(x-1)\times 2=65$ $x^2+6x-72=0$ $(x+12)(x-6)=0$ $x=-12$，$x=6$ x は正の整数だから，$x=6$ 答え（ $x=6$ ）	7	
	問３		11 （個）	6	

●解説

6 問１ (1) $4\times 5\times 3=60$ (個)

(2) $4\times 5+4\times 3+5\times 3=47$ (cm^2)

※問２，問３においては，a cm の辺と b cm の辺がある長方形の面を P，a cm の辺と c cm の辺がある長方形の面を Q，b cm の辺と c cm の辺がある長方形の面を R とする。

問２ 条件より，$a=b=x$，$c=5$ である。

P，Q，R のそれぞれについて，1 面だけに色が塗られた積木 A の個数を調べる。

P は$(x-1)^2=x^2-2x+1$ (個)，Q は$(5-1)(x-1)=4x-4$ (個)，R は Q と等しく $4x-4$ (個) となる。

よって，$(x^2-2x+1)+(4x-4)+(4x-4)=65$ 整理すると，$(x-6)(x+12)=0$ となり，x は正の整数だから，$x=6$

問３ ちょうど 2 面に色が塗られる積木 A の個数を調べる。

色が塗られる 2 面が P と Q にそれぞれ含まれる積木 A の個数は，$a-1$ (個)

色が塗られる 2 面が P と R にそれぞれ含まれる積木 A の個数は，$b-1$ (個)

色が塗られる 2 面が Q と R にそれぞれ含まれる積木 A の個数は，$c-1$ (個)

よって，ちょうど 2 面に色が塗られる積木 A の個数は，

$(a-1)+(b-1)+(c-1)=a+b+c-3$ (個)

積が 84 となる 3 つの正の整数の組み合わせを調べると，(1，1，84)，(1，2，42)，(1，3，28)，(1，4，21)，(1，6，14)，(1，7，12)，(2，2，21)，(2，3，14)，(2，6，7)，(3，4，7)

の 10 組があり，考えられる直方体 B は 10 種類である。

a，b，c に各組の 3 つの正の整数をどのように代入しても，$a+b+c-3$ の値は同じになる。

$a+b+c-3$ の値が最も小さい組は (3，4，7) で，その値は 11 となる。

よって，求める個数は 11 個である。

解答（平成２８年度）

問題番号		解　　　答	配点	備　　考
6	問１	400　(cm^2)	2	
	問２	91　(cm^2)	3	
	問３	〔証明〕 (例) 右方向の列の数は $m+4$ となる。 縦の長さは $\{5+4(m-1)\}$ cm，横の長さは　$8(m+4)$ cm である。 よって $\ell=2\{5+4(m-1)+8(m+4)\}$ $=24m+66$ $=6(4m+11)$ $4m+11$ は整数なので，$6(4m+11)$　は 6 の倍数である。 したがって，ℓ は 6 の倍数になる。	6	
	問４	15　(cm)，22　(cm)，23　(cm)	6	

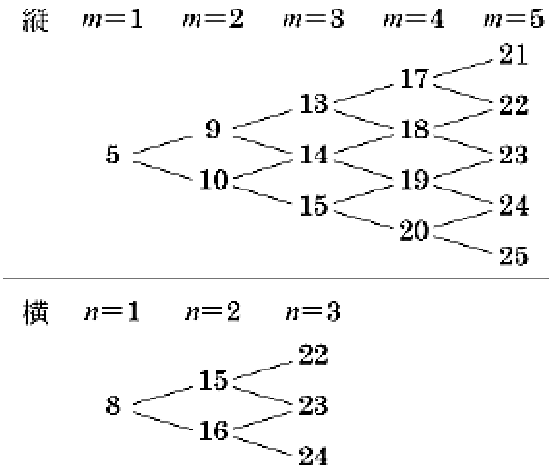
●解説

6　問１　C は縦が $5\times2=10$ (cm)，横が $8\times5=40$ (cm) だから，面積は，$10\times40=400$ (cm^2)

問２　【つなぎ方】が(ア)で $m=3, n=4$ のとき，C は縦が $5\times3-1\times2=13$ (cm)，横が $8\times4-1\times3=29$ (cm) したがって，のり付けして重なった部分は，縦 1 cm で横 29 cm の長方形が 2 か所，縦 13 cm で横 1 cm の長方形が 3 か所でき，紙が 4 枚重なる部分が 6 か所できる。よって，その面積は，
$1\times29\times2+13\times1\times3-1\times1\times6=91$ (cm^2)

問３　ℓ が 6×(整数) の形で表されることを示せばよい。

問４　長方形 C の縦は，(ア)でつなぐごとに 4 cm ずつ，(イ)でつなぐごとに 5 cm ずつ大きくなり，横は(ア)でつなぐごとに 7 cm ずつ，(イ)でつなぐごとに 8 cm ずつ大きくなる。したがって，長方形 C の縦は $m=1$ のとき 5 cm，$m=2$ のときは $5+4=9$ (cm)，$5+5=10$ (cm)の 2 通りが考えられ，$m=3$ のときは $9+4=13$ (cm)，$9+5=14$ (cm)，$10+4=14$ (cm)，$10+5=15$ (cm)で，13 cm，14 cm，15 cm の 3 通りが考えられる。以下同じように考えると，長方形 C の縦，横のとりうる値は右の図のようになる。
C が正方形になるのは，縦と横の長さが等しくなる場合だから，その値を右の図から小さい順に 3 つあげると，15 cm，22 cm，23 cm となる。



解答（平成２７年度）

問題番号			解　　　答	配点	備　　考
6	問１	(1)	($n=$)　5	2	
		(2)	6　(個)	2	
	問２	(例) 1 辺の長さが 1 cm のすべての正方形の個数は $3a^2$ 個 AC が通る正方形の個数は $3a$ 個 したがって $3a^2-3a=168$ $a^2-a-56=0$ $(a+7)(a-8)=0$ $a=-7$，$a=8$ a は正の整数だから $a=8$ 答え（$a=8$）		7	
	問３	37，39，45		6	

●解説

6　問１　(1)　$a=3, b=4$ のとき，AB に平行な線と交わる点は 3 個，AD に平行な線と交わる点は 2 個。よって，計 5 個。

(2) AC が通る正方形の数は 6 個。

問２　$b=3a$ のとき，AC が通る正方形の個数は $3a$ 個と表せる。

よって，$a\times 3a-3a=168$　$3a^2-3a-168=0$　$a^2-a-56=0$　$(a+7)(a-8)=0$　$a>0$ より，$a=8$

問３　$a=9$ のとき，格子上で交わらないとすると，$n=44$ より，$9-1+b-1=44$　$b=37$

9 と 37 の公約数は 1 のみだから，格子上では交わらないので，$b=37$ は問題に合う。

9 と b の値に 1 以外の公約数があれば，格子で交わる点が存在する。格子上で交わり，$n=44$ になるのは $b>37$ で 3 の倍数になるとき，また，格子の点は最大で 8 個である。

$b=39$ ならば，AC は右に 13 下に 3 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 2 個。

よって，$n=9-1+39-1-2=44$　よって，問題に合う。

$b=42$ ならば，AC は A から C に右に 14，下に 3 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 2 個。

よって，$n=9-1+42-1-2=47$ より，問題に合わない。

$b=45$ のとき，AC は A から右に 5，下に 1 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 8 個。

よって，$n=9-1+45-1-8=44$ より，問題に合う。

$b>45$ においては，格子点は最大でも 8 個だから，$n=9-1+b-1-8=b-1>44$ より，問題にあう b は存在しない。よって，$b=37$，39，45

解答（平成２６年度）

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="2">解　　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="4">6</td><td rowspan="2">問１</td><td>(1)</td><td>32　(個)</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>120　(cm)</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">(例)
横の列の数が x であるから，縦の段の数は $(x+2)$ と表すことができる。
したがって
$(x+1)\{(x+2)+1\}+x(x+2)=111$
よって
$2x^2+6x-108=0$
$x^2+3x-54=0$
$(x+9)(x-6)=0$
$x=-9,\ 6$
x は正の整数だから，$x=6$　　　答え　$(x=6)$</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="2">7　(段)　4　(列の図形)</td><td>6</td><td></td></tr>
</table>

●解説

6　問１　(1)　3 段 4 列の交点の数は，$4\times5+3\times4=20+12=32$(個)

(2)　$5\times3\times4\times2=120$(cm)

問２　横の列の数を x とすると，縦の段の数は $x+2$(段)と表せる。よって，交点の数が 111 個より，$(x+1)(x+3)+x(x+2)=111$　これを解いて，$x=-9,\ 6$　$x>0$ より，$x=6$

問３　a 段 b 列の図形の斜めの線分の長さの合計は，$5\times a\times b\times2=10ab$(cm)　$10ab=280$ より，$ab=28$
よって，$(a,\ b)=(1,\ 28),\ (2,\ 14),\ (4,\ 7),\ (7,\ 4),\ (14,\ 2),\ (28,\ 1)$　また，縦の長さと横の長さの合計は，$3a\times(b+1)+4b\times(a+1)=7ab+3a+4b=196+3a+4b$(cm)と表せる。よって，この値が最も小さくなるのは，$(a,\ b)=(7,\ 4)$のとき。したがって，7 段 4 列の図形。

解答（平成２５年度）

問題番号		解　　　答	配点	備　　考
6	問１	18π　cm^3	2	
	問２	50π　cm^2	3	
	問３	(例) 図４の立体の表面積は $200\pi\,\mathrm{cm}^2$ であり，２つの立体の体積は等しいから $\begin{cases} 8\pi(14-x)+4\pi y+32\pi=200\pi & \cdots\cdots① \\ 4\pi y=16\pi x & \cdots\cdots② \end{cases}$ ①より　$-2x+y=14$　……③ ②より　$y=4x$　……④ ④を③に代入すると $-2x+4x=14$　　$x=7$ ④に代入して　　$y=28$ これらは，問題の答えに適している。 答え（$x=7$，$y=28$）	7	
	問４	[2，1，0，2]，[2，2，1，1]，[2，3，2，0]	6	

●解説

6　問１　B1枚の体積は，$\pi\times3^2\times1=9\pi(\mathrm{cm}^3)$より，B2枚の体積は，$9\pi\times2=18\pi(\mathrm{cm}^3)$

問２　表面積は，$\pi\times4^2\times2+1\times2\pi\times4+1\times2\pi\times3+1\times2\pi\times2=32\pi+8\pi+6\pi+4\pi=50\pi(\mathrm{cm}^2)$

問３　問題の図４において，表面積が $200\pi\,\mathrm{cm}^2$ より，$\pi\times4^2\times2+(14-x)\times2\pi\times4+y\times2\pi\times2=200\pi$　$32\pi+112\pi-8\pi x+4\pi y=200\pi$　$2x-y=-14$…①　図３と図４の体積が等しいことより，積み木Cx枚分と積み木Ay枚分の体積が等しいので，$\pi\times4^2\times x=\pi\times2^2\times y$　$16\pi x=4\pi y$　$y=4x$ …②　①，②を連立方程式として解く。

問４　１枚の体積はそれぞれ，Aが $4\pi\,\mathrm{cm}^3$，Bが $9\pi\,\mathrm{cm}^3$，Cが $16\pi\,\mathrm{cm}^3$，Dが $25\pi\,\mathrm{cm}^3$ だから，$4\pi a+9\pi b+16\pi c+25\pi d=67\pi$　$4a+9b+16c+25d=67$　$d=2$ のとき，$4a+9b+16c=17$ だから，[2，1，0，2]　$d=1$ のとき，$4a+9b+16c=42$ だから，[2，2，1，1]，[6，2，0，1]　$d=0$ のとき，$4a+9b+16c=67$ だから，[2，3，2，0]，[6，3，1，0]，[1，7，0，0]，[10，3，0，0]　よって，合計枚数の小さい方から３つは，[2，1，0，2]，[2，2，1，1]，[2，3，2，0]

解答（平成２４年度）

	問題番号		解　　　答	配点	備　　考
数-12-公-栃木-KS-06	6	問１	(8, 3)	2	
		問２	6 （通り）	4	
		問３	［証明］ (例) おうぎ形 A, B, C の中心角はすべて 90° である。 A の半径は n cm だから，A の面積は $\frac{1}{4}\pi n^2$ cm^2 C の半径は m cm だから，C の面積は $\frac{1}{4}\pi m^2$ cm^2 よって $\mathrm{T}=\frac{1}{4}\pi n^2+\frac{1}{4}\pi m^2$ B の半径を r cm とすると $\mathrm{U}=\frac{1}{4}\pi r^2$ ここで，r は長方形の対角線の長さだから，三平方の定理より $r^2=m^2+n^2$ よって $\mathrm{U}=\frac{1}{4}\pi(m^2+n^2)=\frac{1}{4}\pi n^2+\frac{1}{4}\pi m^2$ したがって T=U	7	
		問４	$\frac{2}{9}$	5	

●解説

数-12-公-栃木-KS-06

6　問１　PQ=3，PS=5 の長方形 PQRS を 1 回転がしたときの S の x 座標は 3+5=8，y 座標は 3

問２　長方形を 2 回ころがしたとき，点 P の y 座標は n と等しくなるので，小さいさいころの出た目の数が 5 ということになる。よって，6 通り。

問３　おうぎ形 A，C の半径はそれぞれ，n cm，m cm で，中心角は 90° だから，$\mathrm{T}=\pi\times n^2\times\frac{90}{360}+\pi\times m^2\times\frac{90}{360}=\frac{1}{4}\pi m^2+\frac{1}{4}\pi n^2$ (cm^2)…①　おうぎ形 B の半径を r cm とすると，この半径は長方形 PQRS の対角線だから，三平方の定理より，$r^2=m^2+n^2$　また，中心角は 90 度だから，$\mathrm{U}=\pi\times r^2\times\frac{90}{360}=\pi\times(m^2+n^2)\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\pi m^2+\frac{1}{4}\pi n^2$ (cm^2)…②　①，②より，T=U

問４　点 Q は，長方形を 4 回ころがすごとに x 軸上にくる。40÷4=10 より，40 回ころがしたときの x 座標は，$m+(2m+2n)\times10=21m+20n$　この値が 185 以上より，$21m+20n\geqq185$ となるのは，$(m,\ n)=(4,\ 6),\ (5,\ 4),\ (5,\ 5),\ (5,\ 6),\ (6,\ 3),\ (6,\ 4),\ (6,\ 5),\ (6,\ 6)$ の 8 通り。よって，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

解答（平成２３年度）

<table>
<tr><th colspan="3">問題番号</th><th>解　　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="4">6</td><td colspan="2">問１</td><td>17　　　枚</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">問２</td><td>8　　　通り</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>(1)</td><td>（例）
n 番目の正方形は，A を n^2 枚，B を $(4n+1)$ 枚用いたものである。
A と B を用いた枚数の合計が 61 枚だから
$n^2+(4n+1)=61$
$n^2+4n-60=0$
$(n+10)(n-6)=0$
よって $n=-10,\ 6$
n は自然数だから $n=6$
答え（　$n=6$　）</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>$m=$　　　22</td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

●解説

6　問１　１辺 5 cm の正方形の面積は，$5\times5=25(\mathrm{cm}^2)$　A の面積は，$2\times2=4(\mathrm{cm}^2)$だから，必要な B の枚数は，$25-4\times2=17$(枚)

問２　１辺が 6 cm の正方形の面積は，$6\times6=36(\mathrm{cm}^2)$　で，これは，$36\div4=9$ で，A の９枚分にあたるが，A，B どちらも１枚以上用いるという条件があるので，用いる A の枚数は１枚から８枚まで。したがって，A と B の枚数の組み合わせは８通り。

問３　(1)　１番目から３番目までの正方形の図から，n 番目の正方形では，A が縦，横に n 枚ずつ並べられているから n^2 枚であることがわかる。また，B は，A によって作られた正方形の右側と下側に $2n$ 枚ずつ，さらに右下のすみに１枚並べられているので，$4n+1$(枚)であることがわかる。したがって，$n^2+(4n+1)=61$　これを解いて，$n=6$

(2)　m 番目の正方形の１辺の長さは，180 と 270 の公約数で奇数であるから，最も大きい場合は 45cm である。m 番目の正方形の１辺の長さは，$2m+1$ と表されるので，$2m+1=45$　$m=22$

解答（平成２２年度）

問題番号			解答	配点	備考
$\boxed{6}$	問１	(1)	$\frac{1}{5}$	3	
		(2)	(例) $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$	3	
	問２	(1)	(例) A さんは右端のメダルを白から黒に 2 度目に裏返したところで【操作】が終了したから，A さんが裏返したメダルの枚数は，30 枚である。 B さんは左から 2 番目のメダルを白から黒に 3 度目に裏返したところで【操作】が終了したから，B さんが裏返したメダルの枚数は，$(4n+2)$ 枚と表すことができる。 A さんと B さんが裏返したメダルの枚数は等しいから $30=4n+2$ よって $n=7$ 答え（$n=7$）	7	
		(2)	2，6	5	

●解説

$\boxed{6}$ 問１　(1) カードは全部で 10 通り。そのうち，4 枚のメダルが黒になるのは，カードの数が 4，6 になる 2 通り。よって，求める確率は $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

(2) カードを 2 枚ひくとき，カードの和は 3 以上 19 以下。そのうち，左端のみ黒になるのは，和が 11 のとき。よって，2 枚のカードの組み合わせは，(1，10)，(2，9)，(3，8)，(4，7)，(5，6) のいずれか。

問２　(1) メダルを裏返した回数は，A さんが 10 枚のメダルの右端のメダルを白から黒に 2 回目にしたとき，10＋10＋10＝30（回目），B さんが左から 2 番目のメダルを白から黒に 3 回目に裏返したとき，$4n+2$（回目）　この回数は等しいので，$30=4n+2$　$4n=28$　$n=7$

(2) カードの和は 55 以下なので，A さんのメダルがすべて黒くなるのは，10 回目，30 回目，50 回目。B さんのメダルがすべて黒くなるのは，n 回目，$3n$ 回目，$5n$ 回目，$7n$ 回目，…　よって，10，30，50 が（奇数）×(10 より小さい自然数 n）に表されるものを選ぶ。$10=5\times\boxed{2}$　$30=5\times\boxed{6}$，$15\times\boxed{2}$　$50=25\times\boxed{2}$ より，$n=2$，6

解答（平成２１年度）

<table>
<tr><th colspan="3">問題番号</th><th colspan="4">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="4">6</td><td>問１</td><td colspan="5"><table><tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>(1)</td><td>3</td><td>1</td></tr></table></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="5">98　(回)</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>(1)</td><td colspan="4">(例)
長方形の紙に 1 は $x+1+10\times2-2=x+19$ (回)
2 は $2x$ (回)
3 は $x+1+10\times2-2=x+19$ (回)
記録される。
記録された数の和は
$1\times(x+19)+2\times2x+3\times(x+19)=8x+76$
よって $8x+76=124$
これを解くと $x=6$
答え（　$x=6$　）</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>ア</td><td>19</td><td>イ</td><td>2</td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

●解説

6　問１　(1，2)，(1，3)，(2，3)のどの組み合わせがくるかを考える。

問２　a が奇数なので，左上角の数は 1 である。左辺で 2 は，$99\div2=49.5$ より，49 回記録される。　b が奇数なので，右上角の数は 1 である。上辺に 2 は記録されない。　右辺，下辺も同様だから，2 の記録される回数は，$49\times2=98$(回)

問３　(2)　b は奇数より，左右のたての数字は同じになる。また，イが奇数だと，上下の横の数字も同じになるので，和が等しくなるときイは 5 になる。よって，イ$=2m$，ア$=2n+1$ とおくと，$a=5$，$b=2n+1$ のときの和は，$2(1\times3+2\times2)+2\{3\times n+1\times(n-1)\}=8n+12$　$a=2m$，$b=2n+1$ のときの和は，$2(2\times m+1\times m)+\{3\times n+2\times(n-1)\}+\{3\times n+1\times(n-1)\}=6m+9n-3$　よって，$8n+12=6m+9n-3$　$6m+n=15$　m，n は自然数だから，$(m,\ n)=(1,\ 9)$，$(2,\ 3)$　$(m,\ n)=(1,\ 9)$ のとき，$(a,\ b)=(2,\ 19)$　$(m,\ n)=(2,\ 3)$ のとき，$(a,\ b)=(4,\ 7)$　b は 7 ではないので問題に合わない。よって，ア 19，イ 2

解答（平成２０年度）

問題番号			解　答	配点	備　考
6	問１	(1)	6　個	3	
		(2)	$8\sqrt{2}$　cm	3	
	問２	(1)	(例) A と B を全部で 10 枚用いるから $x+y=10$　……① 1 枚目から 9 枚目の中に，A は $(x-1)$ 枚あり，すべて(イ)で置いたから，黒い部分の面積は $2(x-1)$ cm^2である。B は y 枚あり，黒い部分の面積は $3y$ cm^2である。また，10 枚目の黒い部分の面積は 4 cm^2である。長方形の黒い部分の面積の合計は 26 cm^2であるから $2(x-1)+3y+4=26$ よって　$2x+3y=24$　……② ①，②より　$x=6$ ①に代入して　$6+y=10$ したがって $y=4$ 答え(A　6 枚　，　B　4 枚)	6	
		(2)	12　枚	5	

●解説

6　問１　(2)　対角線の長さが 4 cm の正方形の１辺の長さは，$\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$　よって，長方形の横の長さは，もとの $2\sqrt{2}$ cm に加えて，(ア)で置くと $2\sqrt{2}$ cm，(イ)で置くと $\sqrt{2}$ cm ずつ増える。したがって，求める横の長さは，$2\sqrt{2}+2\times\sqrt{2}+2\times2\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ (cm)

問２　(2)　A を 1 枚並べるとき，全部が見える状態に置いても，半分見える状態に置いても，黒い部分と白い部分の面積の差は生じない。B を 1 枚並べるときには，全部が見える状態に置くと黒い部分と白い部分の面積の差は生じないが，半分が見える状態に置くと黒い部分は白い部分よりも 2 cm^2 大きくなる。全体で，黒い部分は白い部分よりも 8 cm^2大きく，B は 4 枚使用しているので，B は 4 枚とも半分見える状態で置かれていることがわかる。このときの B の黒い部分の面積は，$3\times4=12$ (cm^2) だから，A の黒い部分の面積は $60-12=48$ (cm^2) A を少ない枚数にするには，全部が見える状態で並べるとよい。A1 枚につき黒い部分は 4 cm^2だから，A の枚数は $48\div4=12$ (枚)