

H25 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
1	問 1 $-7$	2	
	問 2 $4a^3b^2$	2	
	問 3 $\frac{5x-1}{4}$	2	
	問 4 $9-x^2$	2	
	問 5 $540$ 度	2	
	問 6 $\frac{\sqrt{6}}{3}$	2	
	問 7 $y = -3x$	2	
	問 8 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$	2	
	問 9 $\frac{1}{2}$	2	
	問 10 $x=4, y=-1$	2	
	問 11 $5x+6y < 1000$	2	
	問 12 $4$ 点	2	
	問 13 $0 \leq y \leq 8$	2	
	問 14 $9$ 倍	2	

●解説

1 問 1  $-3-4=-(3+4)=-7$

問 2  $8a^2b \times \frac{1}{2}ab = 8 \times \frac{1}{2}a^2b \times ab = 4a^3b^2$

問 3  $\frac{3x-1}{4} + \frac{x}{2} = \frac{(3x-1)+2x}{4} = \frac{5x-1}{4}$

問 4  $(3+x)(3-x)=3^2-x^2=9-x^2$

問 5 五角形の内角の和は、 $180^\circ \times (5-2)=540^\circ$

問 6  $\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

問 7  $y$  は  $x$  に比例するので、求める式を  $y=ax$  とおく。 $x=-2, y=6$  を代入すると、 $6=-2a \quad a=-3$   
よって、求める式は、 $y=-3x$

問 8  $x^2-3x+1=0$  解の公式を利用して、 $x=\frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2-4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

問9 硬貨の表裏の出方は、(500円, 100円)=(表, 表), (表, 裏), (裏, 表), (裏, 裏)の4通りあり、  
そのうち、1枚は表で1枚は裏となるのは2通りだから、求める確率は、 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

問10  $x+2y=2 \cdots ①$   $x-3y=7 \cdots ②$ とおく。①-②より、 $5y=-5$   $y=-1$  ①に代入して、 $x-2=2$   
 $x=4$

問11 (りんご5個の代金)+(みかん6個の代金) < 1000円より、 $5x+6y < 1000$

問12 中央値は、15人のテストの結果の大きい方から8番目の記録だから、4点。

問13  $y=2x^2$ について、 $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 $x=2$ のとき $y$ は最大となり、そのときの $y=2 \times 2^2=8$   
 $x=0$ のとき $y$ は最小となり、そのときの $y=0$  よって、求める変域は、 $0 \leq y \leq 8$

問14  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  で相似比が1:3より、面積比は $1^2 : 3^2 = 1 : 9$  よって、 $\triangle DEF$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の9倍

●正答

問題番号	解 答	配点	備 考
2	問 1 $\sqrt{38}$ cm	4	
	問 2 $a = \frac{1}{9}$	4	
	(例)		
問 3		4	

●解説

2 問 1 三平方の定理を利用して,  $AG = \sqrt{2^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{38}$  (cm)

問 2 点 A は  $y=x^2$  のグラフ上の点で,  $x$  座標は 3 より,  $y=3^2=9$  A(3, 9) OP=PQ より, Q(9, 9)  
点 Q は  $y=ax^2$  のグラフ上の点だから,  $9=81a$   $a=\frac{1}{9}$

問 3 点 C は弧 AB 上の点で, 円周角の定理より  $\angle ACB=90^\circ$  だから,  $\angle BAC=45^\circ$  より,  $\triangle CAB$  は直角二等辺三角形になる。よって, AB の垂直二等分線をひき, 弧 AB との交点を C とする。

●正答

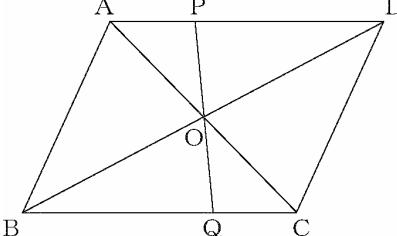
問題番号	解 答	配点	備 考
3	<p>(例)</p> <p>もとの紙の縦の長さを <math>x</math> cm とすると、横は <math>(x+2)</math> cm と表すことができるから、容器の縦、横、高さはそれぞれ <math>(x-8)</math> cm, <math>(x-6)</math> cm, 4 cm となる。</p> <p>したがって <math>4(x-8)(x-6)=96</math></p> <p>これを解くと、</p> <p>問 1</p> $(x-8)(x-6)=24$ $x^2 - 14x + 24 = 0$ $(x-2)(x-12)=0$ $x=2, 12$ <p><math>x &gt; 8</math> だから、<math>x=12</math></p> <p style="text-align: right;">答え（もとの紙の縦の長さ 12 cm）</p>	6	
	<p>(例)</p> <p><math>a=mn</math>, <math>b=(m+1)(n+1)</math>, <math>c=(m+2)(n+2)</math> と表すことができる。</p> <p>よって <math>a+c-2b=mn+(m+2)(n+2)-2(m+1)(n+1)</math></p> $=mn+mn+2m+2n+4-2mn-2m-2n$ $=2$ <p>したがって <math>a+c-2b</math> の値はつねに 2 になる。</p>	6	

●解説

3 問 1 長方形の紙の縦の長さが  $x$  cm のとき、横の長さは  $x+2$  (cm) とおける。また、容器の底面の長方形の縦は  $x-4 \times 2=x-8$  (cm), 横は  $x+2-4 \times 2=x-6$  (cm), 高さは 4 cm となる。この容積が  $96 \text{ cm}^3$  より、 $4(x-8)(x-6)=96$   $(x-8)(x-6)=24$   $x^2 - 14x + 24 = 0$   $(x-2)(x-12)=0$   $x > 8$  より、 $x=12$  (cm)

問 2  $a=mn$  のとき、 $b=(m+1)(n+1)$ ,  $c=(m+2)(n+2)$   $a+c-2b=mn+(m+2)(n+2)-2(m+1)(n+1)$   
 $=mn+mn+2m+2n+4-2(mn+m+n+1)=mn+mn+2m+2n+4-2mn-2m-2n-2=2$

●正答

問題番号	解 答		配点	備 考							
問 1 4	 <p>[証明]</p> <p>(例)</p> <p><math>\triangle OAP</math> と <math>\triangle OCQ</math> において</p> <p>平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから</p> <p><math>OA=OC</math> .....①</p> <p>対頂角は等しいから</p> <p><math>\angle AOP=\angle COQ</math> .....②</p> <p><math>AD//BC</math> より、平行線の錯角は等しいから</p> <p><math>\angle OAP=\angle OCQ</math> .....③</p> <p>①, ②, ③より</p> <p>1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから</p> <p><math>\triangle OAP\cong\triangle OCQ</math></p> <p>したがって <math>AP=CQ</math></p>	7									
問 2	<table border="1"> <tr> <td>(1)</td> <td><math>2a</math> 度</td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>(2)</td> <td><math>3\sqrt{5}</math> cm</td> <td>4</td> <td></td> </tr> </table>	(1)	$2a$ 度	3		(2)	$3\sqrt{5}$ cm	4			
(1)	$2a$ 度	3									
(2)	$3\sqrt{5}$ cm	4									

●解説

- 4 問 1  $\triangle OAP$  と  $\triangle OCQ$  において、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことより合同を示して、 $AP=CQ$  を導く。
- 問 2 (1) 円周角の定理より、同じ弧に対する円周角だから、 $\angle ABD=\angle ACD$  弧  $AD=\text{弧 } CD$  だから、 $\angle ABD=\angle CBD$  よって、 $\angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=2\angle ABD=2\angle ACD=2a^\circ$
- (2)  $\triangle BDC$  と  $\triangle CDE$  において、 $\angle CBD=\angle ECD=a^\circ$  ,  $\angle BDC=\angle CDE$  より、2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle BDC\sim\triangle CDE$  よって、 $BD:CD=CD:ED$  より、 $CD$  を  $x$  cm とすると、 $15:x=x:3$   $x^2=45$   $x>0$  だから、 $x=3\sqrt{5}$  (cm)

H25 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号		解 答	配点	備 考
5	問 1	2 分間	3	
	問 2	(例) 家を出発して 4 分後から 6 分後までのグラフの傾きは $\frac{540-0}{6-4} = 270$ であるから, $x$ と $y$ の関係の式は $y=270x+b$ と表せる。 グラフは点 (4, 0) を通るから $0=270 \times 4 + b$ よって $b=-1080$ したがって、求める式は $y=270x-1080$ 答え ( $y=270x-1080$ )	7	
	問 3	10 分 48 秒後	6	

●解説

5 問 1 お父さんが立ち止まって春子さんを待っていたのは、 $6-4=2$ (分間)。

問 2 グラフは、(4, 0), (6, 540)を通る直線である。傾きは、 $\frac{540-0}{6-4} = 270$  だから、求める式を、

$y=270x+b$  とし、 $x=4$ ,  $y=0$  を代入して、 $0=270 \times 4 + b$   $b=-1080$  よって、 $y=270x-1080$

問 3 太郎さんが駅を折り返したのが出発してから 9 分後で、そのとき 2 人の距離は 810 m 離れている。

太郎さんは毎分 270 m の速さで進み、お父さんと春子さんは、 $270 - \frac{810-540}{9-6} = 180$  より、毎分 180 m の速さで進んでいる。折り返してから  $t$  分後に 3 人が会うとすると、 $270t+180t=810$   $450t=810$

$t=\frac{9}{5}$  (分後) よって、出発してから  $9+\frac{9}{5}=10\frac{4}{5}$  (分後) なので、10 分 48 秒後

H25 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

問題番号		解 答	配点	備 考
6	問 1	$18\pi \text{ cm}^3$	2	
	問 2	$50\pi \text{ cm}^2$	3	
	問 3	(例) 図4の立体の表面積は $200\pi \text{ cm}^2$ であり、 2つの立体の体積は等しいから $\begin{cases} 8\pi(14-x) + 4\pi y + 32\pi = 200\pi & \dots \dots \textcircled{1} \\ 4\pi y = 16\pi x & \dots \dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \text{より } -2x+y=14 & \dots \dots \textcircled{3} \\ \textcircled{2} \text{より } y=4x & \dots \dots \textcircled{4} \end{cases}$ ④を③に代入すると $-2x+4x=14 \quad x=7$ ④に代入して $y=28$ これらは、問題の答えに適している。 答え $(x=7, y=28)$	7	
	問 4	$[2, 1, 0, 2], [2, 2, 1, 1], [2, 3, 2, 0]$	6	

●解説

- 6 問 1 B1 枚の体積は、 $\pi \times 3^2 \times 1 = 9\pi (\text{cm}^3)$  より、B2 枚の体積は、 $9\pi \times 2 = 18\pi (\text{cm}^3)$   
 問 2 表面積は、 $\pi \times 4^2 \times 2 + 1 \times 2\pi \times 4 + 1 \times 2\pi \times 3 + 1 \times 2\pi \times 2 = 32\pi + 8\pi + 6\pi + 4\pi = 50\pi (\text{cm}^2)$   
 問 3 問題の図4において、表面積が  $200\pi \text{ cm}^2$  より、 $\pi \times 4^2 \times 2 + (14-x) \times 2\pi \times 4 + y \times 2\pi \times 2 = 200\pi$   
 $32\pi + 112\pi - 8\pi x + 4\pi y = 200\pi \quad 2x-y=-14 \cdots \textcircled{1}$  図3と図4の体積が等しいことより、  
 積み木Cx枚分と積み木Ay枚分の体積が等しいので、 $\pi \times 4^2 \times x = \pi \times 2^2 \times y \quad 16\pi x = 4\pi y \quad y=4x \cdots$   
 ② ①, ②を連立方程式として解く。  
 問 4 1枚の体積はそれぞれ、Aが $4\pi \text{ cm}^3$ 、Bが $9\pi \text{ cm}^3$ 、Cが $16\pi \text{ cm}^3$ 、Dが $25\pi \text{ cm}^3$ だから、  
 $4\pi a + 9\pi b + 16\pi c + 25\pi d = 67\pi \quad 4a+9b+16c+25d=67 \quad d=2$  のとき、 $4a+9b+16c=17$  だから、  
 $[2, 1, 0, 2] \quad d=1$  のとき、 $4a+9b+16c=42$  だから、 $[2, 2, 1, 1], [6, 2, 0, 1] \quad d=0$  のとき、  
 $4a+9b+16c=67$  だから、 $[2, 3, 2, 0], [6, 3, 1, 0], [1, 7, 0, 0], [10, 3, 0, 0]$  よって、合計枚数の小さい方から3つは、 $[2, 1, 0, 2], [2, 2, 1, 1], [2, 3, 2, 0]$