H27　栃木県　公立　**数学　正答と解説**

●正答

問題番号		解　　　答	配点	備　　考
1	問１	-8	2	
	問２	$7a+5$	2	
	問３	$7\sqrt{6}$	2	
	問４	$2x^3y$	2	
	問５	$(x+2)(x-2)$	2	
	問６	$(x=)\ \dfrac{5y+7}{2}$	2	
	問７	$(y=)\ \dfrac{3}{4}x$	2	
	問８	36　(度)	2	
	問９	3π　(cm)	2	
	問 10	$a-4b \geqq 10$	2	
	問 11	96　(度)	2	
	問 12	$(x=)\ 1\pm\sqrt{3}$	2	
	問 13	8.5　(秒)	2	
	問 14	$-9 \leqq y \leqq -1$	2	

●解説

$\boxed{1}$　問１　$(-2)\times 4=-2\times 4=-8$

問２　$5a-1+2(a+3)=5a-1+2a+6=7a+5$

問３　$\sqrt{24}+5\sqrt{6}=2\sqrt{6}+5\sqrt{6}=7\sqrt{6}$

問４　$8x^4y^3 \div 4xy^2=\dfrac{8x^4y^3}{4xy^2}=2x^3y$

問５　$x^2-4=x^2-2^2=(x+2)(x-2)$

問６　$2x-5y=7$　$-5y$ を移項して，$2x=5y+7$　両辺を 2 で割って，$x=\dfrac{5y+7}{2}$

問７　y が x に比例するので，式を $y=ax$ とおく。(8，6)を通るので，$6=8a$　$a=\dfrac{3}{4}$　よって，$y=\dfrac{3}{4}x$

問８　平行線の錯角が等しいことと，三角形の内角と外角の性質より，$\angle x+45^\circ=81^\circ$　$\angle x=36^\circ$

問９　おうぎ形の弧の長さは，$2\pi\times9\times\dfrac{60}{360}=3\pi$(cm)

問 10　(a 本の鉛筆を配ったときの余りの鉛筆の数)$\geqq10$ より，$a-4b\geqq10$

問 11　△OAB と△OAC は二等辺三角形だから，∠OAB＝17°，∠OAC＝31°　三角形の内角と外角の性質より，$\angle x=17^\circ\times2+31^\circ\times2=96^\circ$

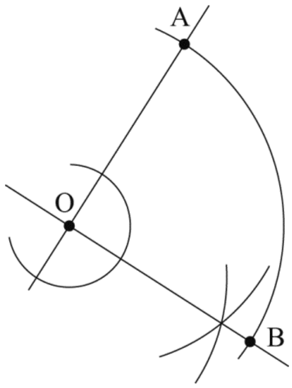
問 12　$(x-1)^2=3$　$x-1=\pm\sqrt{3}$　$x=1\pm\sqrt{3}$

問 13　度数が最も大きい階級は 8.0 秒以上 9.0 秒未満の階級。よって，階級値は 8.5 秒。

問 14　$y=-x^2$ について，$1\leqq x\leqq3$ のとき，y の値は $x=3$ で最小になり，$y=-3^2=-9$　また，$x=1$ のとき最大になり，$y=-1^2=-1$　よって，$-9\leqq y\leqq-1$

H27　栃木県　公立　数学　正答と解説

●正答

問題番号		解　　　答	配点	備　　考
2	問１	(例)  	4	
	問２	$\frac{7}{36}$	4	
	問３	$8a$	4	

●解説

2　**問１**　直線 OA をひく。まず，点 O を通る直線 AO の垂線をかく。つぎに，点 O を中心とする半径 OA の円を点 A から時計回りにかき，先にかいた垂線との交点を B とする。

問２　大小 2 つのさいころの目の組み合わせは，全部で 36 通り。そのうち，得点が 4 点になるのは，(大，小)＝(1，4)，(2，2)，(2，4)，(3，4)，(4，1)，(4，2)，(4，3) の 7 通り。

よって，求める確率は，$\frac{7}{36}$

問３　点 A は $y=ax^2$ 上の点より，A(2，$4a$)　点 B は点 A と y 軸について対称な点だから，B(-2，$4a$)

よって，$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times4\times4a=8a$

H27　栃木県　公立　数学　正答と解説

●正答

問題番号		解答	配点	備考
3	問１	(例) $x-\frac{3}{10}x-150=\frac{2}{3}x$ $30x-9x-4500=20x$ $x=4500$ この解は問題に適している。 答え（　4500　円）	6	
	問２	(例) $\begin{cases} 6+x+8+6+y+3=35 & \cdots\cdots① \\ \frac{1\times6+2\times x+3\times8+4\times6+5\times y+6\times3}{35}=3 & \cdots\cdots② \end{cases}$ ①より　$x+y=12$　……③ ②より　$2x+5y=33$　……④ ③×2－④より　$-3y=-9$ よって $y=3$ ③に代入して $x+3=12$ したがって，$x=9$ この解は問題に適している。 答え（$x=9$，$y=3$）	6	

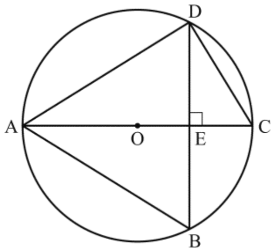
●解説

3　問１　靴の定価を x 円とすると，購入した金額の関係より，$\left(1-\frac{3}{10}\right)x-150=\frac{2}{3}x$　これを解いて，$x=4500$　よって，求める定価は 4500 円。

問２　人数の合計が 35 人より，$6+x+8+6+y+3=35$　整理して，$x+y=12$…①　平均値が 3 冊より，$(6+2x+24+24+5y+18)\div35=3$　整理して，$2x+5y=33$…②　①，②を連立方程式として解くと，$x=9$，$y=3$

H27　栃木県　公立　数学　正答と解説

●正答

問題番号			解答	配点	備考
4	問１		 〔証明〕 (例) △ACD と△ABE において 弧 AD に対する円周角の大きさは等しいから ∠ACD＝∠ABE　……① 半円の弧ACに対する円周角は直角だから ∠ADC＝90°　……② 仮定より ∠AEB＝90°　……③ ②，③より ∠ADC＝∠AEB　……④ ①，④より２組の角がそれぞれ等しいから △ACD∽△ABE	7	
	問２	(1)	$4\sqrt{3}$　(cm)	3	
		(2)	$90-\dfrac{a}{2}$　(度)	4	

●解説

4　問１　円周角の定理と AC が直径であることを利用して，大きさの等しい角を見つける。

問２　(1)　△ABD において，∠ADB＝90°だから，三平方の定理より，$BD=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ (cm)

△ACD において，∠BDC＝90°だから，$BC=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)

(2)　AB＝AC より，$\angle ACB=(180^\circ-a^\circ)\div 2=90^\circ-\dfrac{a^\circ}{2}$　△CDE において，

$\angle CDE=180^\circ-90^\circ-\left(90^\circ-\dfrac{a^\circ}{2}\right)=\dfrac{a^\circ}{2}$　$\angle BDE=180^\circ-\angle ADB-\angle CDE=180^\circ-90^\circ-\dfrac{a^\circ}{2}$

$=90^\circ-\dfrac{a^\circ}{2}$

●正答

問題番号		解　　答	配点	備　考
5	問１	48　(cm^3)	2	
	問２	(例) 点 P が A を出発して 3 秒後から 4 秒後までのグラフの傾きは $\frac{144-108}{4-3}=36$ であるから，x と y の関係の式は $y=36x+b$ と表すことができる。 グラフは点 (3，108)を通るから $108=36\times3+b$ よって $b=0$ したがって，求める式は $y=36x$ 答え（$y=36x$）	7	
	問３	イ	3	
	問４	$\frac{3}{2}$ 秒後，$\frac{151}{16}$ 秒後	5	

●解説

5　問１　$x=2$ のとき，$AP=3\times2=6$(cm)　$AQ=2\times2=4$(cm)　三角錐 AEPQ の体積は，
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times4\times12=48$($cm^3$)

問２　$3\leqq x\leqq4$ のとき，グラフは(3，108)，(4，144)を通る直線だから，傾きは，$\frac{144-108}{4-3}=36$
求める式を，$y=36x+b$ とし，$x=3$，$y=108$ を代入して，$108=36\times3+b$　$b=0$　よって，$y=36x$

問３　$4\leqq x\leqq7$ のとき，P は BF 上，Q は DH 上を移動する。このとき，三角錐 AEPQ において，P から AE にひいた垂線の長さは 9cm，Q から AE にひいた垂線の長さは 8 cm と一定である。よって，その体積は，$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times12\times9\times8=144$($cm^3$)より，グラフは $y=144$ となる。よって，イ。

問４　直方体 ABCD－EFGH の体積の $\frac{1}{32}$ は，$8\times9\times12\times\frac{1}{32}=27$(cm^3)

$7\leqq x\leqq10$ のとき，P は FE 上，Q は DH 上にある。このとき，$y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times12\times8\times(30-3x)$

$=-48x+480$

$x=10$ のとき，P は点 E と一致し，Q は点 H と一致する。

よって，$y=27$ になるのは，$0\leqq x\leqq3$ のときと，$7\leqq x\leqq10$ のとき。

$0\leqq x\leqq3$ のとき，$y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3x\times2x\times12=12x^2$　$27=12x^2$ より，$x^2=\frac{9}{4}$　$x>0$ より，$x=\frac{3}{2}$

また，$7\leqq x\leqq10$ のとき，$27=-48x+480$　$48x=453$　$x=\frac{151}{16}$　よって，$\frac{3}{2}$ 秒後と $\frac{151}{16}$ 秒後

数学　正答と解説

●正答

<table>
<tr><th colspan="3">問題番号</th><th>解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="4">6</td><td rowspan="2">問１</td><td>(1)</td><td>(n=)　5</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>6　(個)</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">(例)
1 辺の長さが 1 cm のすべての正方形の個数は $3a^2$ 個
AC が通る正方形の個数は $3a$ 個
したがって
$3a^2-3a=168$
$a^2-a-56=0$
$(a+7)(a-8)=0$
$a=-7$，$a=8$
a は正の整数だから $a=8$
答え（$a=8$）</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="2">37，39，45</td><td>6</td><td></td></tr>
</table>

●解説

6　問１　(1)　$a=3, b=4$ のとき, AB に平行な線と交わる点は 3 個, AD に平行な線と交わる点は 2 個。よって，計 5 個。

(2)　AC が通る正方形の数は 6 個。

問２　$b=3a$ のとき，AC が通る正方形の個数は $3a$ 個と表せる。

よって，$a\times 3a-3a=168$　$3a^2-3a-168=0$　$a^2-a-56=0$　$(a+7)(a-8)=0$　$a>0$ より，$a=8$

問３　$a=9$ のとき，格子上で交わらないとすると，$n=44$ より，$9-1+b-1=44$　$b=37$

9 と 37 の公約数は 1 のみだから，格子上では交わらないので，$b=37$ は問題に合う。

9 と b の値に 1 以外の公約数があれば，格子で交わる点が存在する。格子上で交わり，$n=44$ になるのは $b>37$ で 3 の倍数になるとき，また，格子の点は最大で 8 個である。

$b=39$ ならば，AC は右に 13 下に 3 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 2 個。

よって，$n=9-1+39-1-2=44$　よって，問題に合う。

$b=42$ ならば，AC は A から C に右に 14，下に 3 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 2 個。

よって，$n=9-1+42-1-2=47$ より，問題に合わない。

$b=45$ のとき，AC は A から右に 5，下に 1 ずつ進む直線になるから，格子上の点は 8 個。

よって，$n=9-1+45-1-8=44$ より，問題に合う。

$b>45$ においては，格子点は最大でも 8 個だから，$n=9-1+b-1-8=b-1>44$ より，問題にあう b は存在しない。よって，$b=37$，39，45