

H22 栃木県 公立 数学 正答と解説

正答

問題番号	解 答	配点	備 考
1	問 1 - 4	2	
	問 2 $4a^2b^2$	2	
	問 3 $x^2 - 6x + 9$	2	
	問 4 $3\sqrt{6}$	2	
	問 5 35 (度)	2	
	問 6 ($x = $) - 3 , 2	2	
	問 7 (点)K	2	
	問 8 ($n = $) 12	2	
	問 9 ($y = $) $5x^2$	2	
	問 10 ($x = $) $\sqrt{21}$	2	
	問 11 (1 , 3)	2	
	問 12 ($x = $) $\frac{12}{5}$	2	
	問 13 ($b = $) 3	2	
	問 14 7 (cm)	2	

解説

1 問1 $(-8) \div 2 = - (8 \div 2) = -4$

問2 $4a \times ab^3 = 4 \times a^2b^3 = 4a^2b^3$

問3 $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \times 3x + 9 = x^2 - 6x + 9$

問4 (与式) $= 2\sqrt{6} + \sqrt{6} = (2+1)\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

問5 三角形の外角の性質から, $x + 70 = 105 \quad x = 35$

問6 整理して, $(x+3)(x-2) = 0, x = -3, 2$

問7 N と L が重なることが読み取れるので, その隣である K が A と重なる。

問8 $\frac{n}{4}$ と $\frac{n}{6}$ がともに自然数となるのは, n が 4 と 6 の公倍数であるとき。最も小さい n は 4 と 6

の最小公倍数だから, $n = 12$

問9 二乗に比例するので, $y = ax^2$ として, $x = -2, y = 20$ を代入すると, $20 \times a \times 4, a = 5$

問10 直角三角形なので, 三平方の定理より, $5^2 + 2^2 + x^2 \quad x > 0$ より, $x = \sqrt{21}$

問11 2つの式から, $2x + 1 = -x + 4$ より, $x = 1$ これを $y = 2x + 1$ に代入して, $y = 2 \times 1 + 1 = 3$

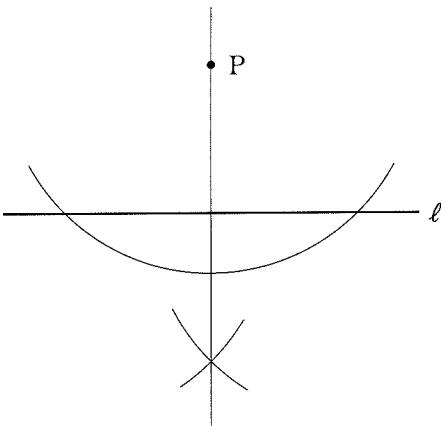
問12 三角形は相似であるから, $x : 4 = 3 : 5$ より, $5x = 12 \quad x = \frac{12}{5}$

問13 反比例の式だから $y = \frac{a}{x}$ として, $x = 6, y = 1$ を代入すると, $1 = \frac{a}{6} \quad a = 6$

よって, $y = \frac{6}{x}$ に $x = 2, y = b$ を代入して, $b = \frac{2}{6} = 3$

問14 円柱の高さを h cm とする。 $\times 3^2 \times h = 63 \quad h = 7$ (cm)

正答

問題番号		解 答	配点	備 考
2	問 1	(例) 	4	
	問 2	10 (通り)	3	
	問 3	$(a =) \frac{1}{3}$	4	

解説

2 問 1 P から l 上に等距離の点をとり, 等距離の点からさらに等しい点をとる。

問 2 硬貨の組み合わせは, (100, 50), (100, 10), (100, 5), (100, 1), (50, 10), (50, 5), (50, 1), (10, 5), (10, 1), (5, 1) で, 合わせた金額は, 150 円, 110 円, 105 円, 101 円, 60 円, 55 円, 51 円, 15 円, 11 円, 6 円の 10 通りになる。

問 3 点 A は $y = ax^2$ 上の点で, x 座標が 3 より, A(3, 9a) とおく。また, B は $y = 2x - 7$ 上の点で, x = 3

$$\text{より, } y = 2 \times 3 - 7 = -1 \quad B(3, -1) \quad AB = 4 \text{ より, } 9a - (-1) = 4 \quad 9a = 3 \quad a = \frac{1}{3}$$

正答

問題番号	解 答	配点	備 考
3	<p>(例)</p> $\begin{cases} 2x + 3y = 4700 \\ 3(x - 200) + 5(y - 100) = 6300 \end{cases} \quad \dots \dots$ <p>より</p> $3x + 5y = 7400 \quad \dots \dots$ <p>$\times 3 - \times 2$ より</p> $-y = -700$ <p>よって $y = 700$</p> <p>に代入して $2x + 2100 = 4700$</p> $2x = 2600$ <p>したがって $x = 1300$</p> <p>答え $\begin{pmatrix} \text{大人 1 人の入館料 1300 円} \\ \text{子ども 1 人の入館料 700 円} \end{pmatrix}$</p>	6	
	<p>(例)</p> <p>b, c, d をそれぞれ a を用いて表すと、 $b = a + 1, c = a + 2, d = a + 3$ となる。</p> <p>よって $bc - ad = (a + 1)(a + 2) - a(a + 3)$</p> $= a^2 + 3a + 2 - a^2 - 3a$ $= 2$ <p>したがって、$bc - ad$ の値は常に 2 になる。</p>		

解説

3 問1 入館料に対して、2つ式をたてればよい。

問2 b, c, d は、 $b = a + 1, c = a + 2, d = a + 3$ と表せる。 $bc - ad = (a + 1)(a + 2) - a(a + 3) = a^2 + 3a + 2 - a^2 - 3a = 2$ よって、 $bc - ad$ の値は常に 2 である。

正答

解説

4 問1 三角ABCはABが直径だから、 $\angle ACB = 90$ 度であることを見抜くことがポイント。

問2 (1) $BD = CD = ED$ より, $\triangle DBE$ は二等辺三角形だから, $\angle EDB = 180 - 2a$ (9)

(2) ABC と DBE は 2 組の角がそれぞれ等しいので相似である。よって , AB : DB = BC : BE = 6 :

$$2 = 4 : BE \quad 6BE = 8 \quad BE = \frac{4}{3} \text{ (cm)} \quad \text{よって , } AE = 6 - \frac{4}{3} = \frac{14}{3} \text{ (cm)}$$

正答

問題番号		解 答		配点	備 考
5	問 1	(1)	5 (cm)	3	
		(2)	<p>(例)</p> <p>給水を始めて 12 分後から 18 分後までのグラフの傾きは $\frac{30 - 20}{18 - 12} = \frac{5}{3}$ であるから, x と y の関係の式は $y = \frac{5}{3}x + b$ と表せる。</p> <p>グラフは点 (18, 30) を通るから</p> $30 = \frac{5}{3} \times 18 + b$ $30 = 30 + b$ <p>よって $b = 0$</p> <p>したがって, 求める式は $y = \frac{5}{3}x$</p> <p>答え ($y = \frac{5}{3}x$)</p>	7	
		問 2	5 (分) 12 (秒後)	6	

解説

5 問 1 (1) グラフより 水面は8分間で20 cm上昇しているので 1分間では $\frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ (cm)上昇する。

よって, 2分後の水面からの高さは, $\frac{5}{2} \times 2 = 5$ (cm)

(2) 求める直線の傾きは, $(30 - 20) \div (18 - 12) = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ 直線の式を $y = \frac{5}{3}x + b$ とおく。 $(12, 20)$ を

通るので, $20 = \frac{5}{3} \times 12 + b$ $b = 0$ したがって, 求める式は $y = \frac{5}{3}x$

問2 底面B上の水面の高さは，(底面Aの面積) = 2(底面Bの面積) より，4分で20cmになる。また，

4分後の底面A上の水面の高さは $\frac{5}{2} \times 4 = 10$ (cm) である。残りの6cmは1分間に $\frac{5}{2} \times 2 = 5$ (cm) の

割合で水位が上昇するので，水を入れ始めてから x 分後にA上の水面の高さが16cmになるとすると，

$$5(x - 4) = 6 \quad x = \frac{26}{5} = 5 \frac{1}{5} = 5 \frac{12}{60} \quad \text{よって，5分12秒後}$$

H22 栃木県 公立 数学 正答と解説

正答

問題番号		解 答		配点	備 考
6	問 1	(1)	$\frac{1}{5}$	3	
		(2)	(例) 5 と 6	3	
6	問 2	(1)	(例) Aさんは右端のメダルを白から黒に 2 度目に裏返したところで【操作】が終了したから、Aさんが裏返したメダルの枚数は、30 枚である。 Bさんは左から 2 番目のメダルを白から黒に 3 度目に裏返したところで【操作】が終了したから、Bさんが裏返したメダルの枚数は、 $(4n + 2)$ 枚と表すことができる。 Aさんと Bさんが裏返したメダルの枚数は等しいから $30 = 4n + 2$ よって $n = 7$ 答え ($n = 7$)	7	
		(2)	2, 6	5	

解説

6 問 1 (1) カードは全部で 10 通り。そのうち、4 枚のメダルが黒になるのは、カードの数が 4, 6 に

なる 2 通り。よって、求める確率は $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

(2) カードを 2 枚ひくとき、カードの和は 3 以上 19 以下。そのうち、左端のみ黒になるのは、和が 11 のとき。よって、2 枚のカードの組み合わせは、(1, 10), (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6) のいずれか。

問 2 (1) メダルを裏返した回数は、Aさんが 10 枚のメダルの右端のメダルを白から黒に 2 回目にしたとき、 $10 + 10 + 10 = 30$ (回目)、Bさんが左から 2 番目のメダルを白から黒に 3 回目に裏返したとき、 $4n + 2$ (回目) この回数は等しいので、 $30 = 4n + 2$ $4n = 28$ $n = 7$

(2) カードの和は 55 以下なので , A さんのメダルがすべて黒くなるのは , 10 回目 , 30 回目 , 50 回目。 B さんのメダルがすべて黒くなるのは , n 回目 , $3n$ 回目 , $5n$ 回目 , $7n$ 回目 , ... よって , 10 , 30 , 50 が (奇数) \times (10 より小さい自然数 n) に表されるものを選ぶ。 $10 = 5 \times \boxed{2}$ $30 = 5 \times \boxed{6}$, $15 \times \boxed{2}$ $50 = 25 \times \boxed{2}$ より , $n = 2 , 6$