

●正答

	問題番号	解 答	配点	備 考
数-12-公-栃木-KS-01	1	問 1	-3	2
		問 2	$\frac{9}{10}a$	2
		問 3	36	2
		問 4	$4x^2-1$	2
		問 5	$(y=)\frac{12}{x}$	2
		問 6	105 (度)	2
		問 7	$(a=)\frac{b+4c}{3}$	2
		問 8	$(x=)\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$	2
		問 9	$1\leq y\leq 6$	2
		問 10	$(x=)3$	2
		問 11	132 (cm ²)	2
		問 12	5	2
		問 13	$2\sqrt{7}$ (cm)	2
		問 14	$(n=)12$	2

●解説

数-12-公-栃木-KS-01

1 問 1 $4-7=- (7-4)=-3$

問 2 $\frac{2}{5}a + \frac{1}{2}a = \frac{4}{10}a + \frac{5}{10}a = \frac{9}{10}a$

問 3 $a^2b = (-3)^2 \times 4 = 36$

問 4 $(2x+1)(2x-1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$

問 5 y が x に反比例するので, $y = \frac{a}{x}$ とおく。 $x = -6$, $y = -2$ を代入して, $-2 = \frac{a}{-6}$ $a = 12$ よって,

$$y = \frac{12}{x}$$

問 6 $\angle x = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

問 7 $3a - b = 4c$ $3a = b + 4c$ $a = \frac{b+4c}{3}$

問 8 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 解の公式を利用して, $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$

問 9 $y = -x + 3$ $x = -3$ のとき, $y = -(-3) + 3 = 6$ $x = 2$ のとき, $y = -2 + 3 = 1$ よって, 求める変域は, $1 \leq y \leq 6$

問 10 $(2 + 10 + 8 + x + 7) \div 5 = 6$ $27 + x = 30$ $x = 3$

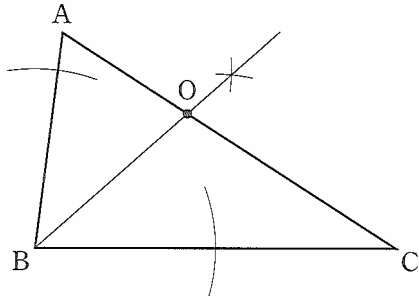
問 11 表面積は, $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times 4 + 6^2 = 96 + 36 = 132(\text{cm}^2)$

問 12 $y = x^2$ において, $x = 1$ のとき, $y = 1^2 = 1$ $x = 4$ のとき, $y = 4^2 = 16$ 変化の割合は, $\frac{16-1}{4-1} = 5$

問 13 三平方の定理を利用して, $\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ よって, $AB = 2\sqrt{7}(\text{cm})$

問 14 $\sqrt{3n}$ が自然数となるとき, $n = 3 \times (\text{自然数})^2$ である。よって, $n = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, \dots = 3, 12, 27, \dots$ n は 2 けたの自然数で最も小さいので, $n = 12$

●正答

問題番号		解 答		配点	備 考
数-12-公-栃木-KS-02	2	問 1	記 号 (例) ウ	4	
		合同条件	(例) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい		
		問 2	$\frac{1}{6}$	3	
		問 3	(例) 	4	

●解説

数-12-公-栃木-KS-02

2 問 1 アのとき、3組の辺がそれぞれ等しいといえる。ウのとき、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいといえる。

問 2 袋の中の玉を赤 1, 赤 2, 白, 黒とすると、1 個ずつ続けて 2 個取り出す取り出し方は、(1 個目, 2 個目)=(赤 1, 赤 2), (赤 1, 白), (赤 1, 黒), (赤 2, 赤 1), (赤 2, 白), (赤 2, 黒), (白, 赤 1), (白, 赤 2), (白, 黒), (黒, 赤 1), (黒, 赤 2), (黒, 白) の 12 通り。そのうち、両方とも赤なのは下線の 2 通り。よって、求める確率は $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

問 3 $\angle ABC$ の二等分線と AC との交点が求める円の中心 O となる。

●正答

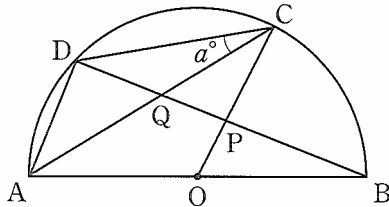
	問題番号	解 答	配点	備 考
数-12-公-栃木-KS-03	3	問 1 (例) $(100-x)(240+4x)=25600$ $-4x^2+160x-1600=0$ $x^2-40x+400=0$ $(x-20)^2=0$ したがって $x=20$ <div style="text-align: right;">答え (20 円)</div>	6	
		問 2 (例) $\begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x+y=3a & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ $x:y=3:1$ より $x=3y$ $\cdots\cdots\textcircled{3}$ ③を①に代入して $2y=6$ よって $y=3$ ①に代入して $x=9$ ②に $x=9, y=3$ を代入して $3a=21$ よって $a=7$ <div style="text-align: right;">答え ($a=7, x=9, y=3$)</div>	6	

●解説

数-12-公-栃木-KS-03

- 3 問 1 x 円値下げしたときの 1 個の商品の値段は $100-x$ (円) で, 1 日に売れる商品の数は, $240+4x$ (個) と表せる。この 1 日の売り上げが 25600 円より, $(100-x)(240+4x)=25600$
 $-4x^2+160x-1600=0$ $x^2-40x+400=0$ $(x-20)^2=0$ $x=20$ (円)
- 問 2 $x-y=6$ …① $2x+y=3a$ …②とする。 $x:y=3:1$ より $x=3y$ …③とする。①, ③を連立方程式として解くと, $x=9, y=3$ これを②に代入して, $2 \times 9 + 3 = 3a$ $3a=21$ $a=7$

●正答

問題番号		解 答			配点	備 考	
数12-公-栃木-K-04	4	問 1	(1)	90-a (度)		3	
		(2)	<div></div> <p>〔証明〕 (例) △PQC と△PCD において 共通の角だから ∠QPC=∠CPD ……① 弧 BC に対する円周角は等しいから ∠BAC=∠PDC ……② OA, OC は円 O の半径だから OA=OC よって, △OAC は二等辺三角形だから ∠BAC=∠PCQ ……③ ②, ③より ∠PCQ=∠PDC ……④ ①, ④より 2組の角がそれぞれ等しいから △PQC≅△PCD</p>		7		
		問 2	ア	P	イ	4π	4

●解説

数-12-公-栃木-KS-04

4 問 1 (1) AB は直径より, $\angle ADB = 90^\circ$ 三角形の内角の和は 180° より, $\angle BAD = 180^\circ - 90^\circ - a^\circ = 90^\circ - a^\circ$

(2) △PQC と△PCD において, 2組の角がそれぞれ等しいことを示す。

問 2 BA と CD を延長し, 交点を E とする。また, D から BC に垂線をひき, 交点を H とする。AD // BC より, $EA : ED = AD : BC$ $EA = x$ cm とすると, $x : (x + 3) = 2 : 4$ $2(x + 3) = 4x$ $x = 3$ よって, 立体 P の体積は, $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times (3 + 3) - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 28\pi$ (cm³) また, BF = AD = 2 cm より, CF = 4 - 2 = 2 (cm) 立体 Q の体積は, $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2 + \pi \times 3^2 \times 2 = 24\pi$ (cm³) したがって, 立体 P の体積の方が $28\pi - 24\pi = 4\pi$ (cm³) 大きい。

●正答

	問題番号	解 答	配点	備 考
数-12-公-栃木-KS-05	5	問 1	2 (cm ²)	2
		(1)	(毎秒)3 (cm)	3
		(2)	(例) 点 P が辺 CB 上にあるとき、グラフは 2 点 (9, 36), (12, 0) を通る直線である。 このグラフの傾きは-12 であるので、 x と y の関係の式は $y = -12x + b$ と表せる。 グラフは、点 (12, 0) を通るから $b = 144$ したがって $y = -12x + 144$ $y = 12$ となるのは $12 = -12x + 144$ よって $x = 11$ <div style="text-align: right;">答え (11 秒後)</div>	7
		問 3	$\frac{3}{2}$ (秒間)	5

●解説

数-12-公-栃木-KS-05

5 問 1 点 P が A を出発してから 1 秒後の $AP = 2 \times 1 = 2(\text{cm})$, $AQ = 2 \times 1 = 2(\text{cm})$ このとき、 $\triangle APQ$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2(\text{cm}^2)$

問 2 (1) 点 Q が M から B へ 2 秒間に 6 cm 進むので、その速さは毎秒 $\frac{6}{2} = 3(\text{cm})$

(2) 点 P が CB 上にあるとき、グラフより $9 \leq x \leq 12$ この間の x と y の関係式を求めて、 $y = 12$ のときの x の値を求める。

問 3 点 P が A を出発してから 7 秒後には、 $2 \times 7 = 14(\text{cm})$ 進んでいるので、P は $DP = 14 - 6 = 8(\text{cm})$ の地点にある。このとき、 $\triangle APQ = 28 \text{ cm}^2$ より、 $\frac{1}{2} \times AQ \times 6 = 28$ $AQ = \frac{28}{3}$ P は C, Q は B に同時につくので、Q は $BM = 12 - \frac{28}{3} = \frac{8}{3}(\text{cm})$ を $9 - 7 = 2(\text{秒})$ で進むから、その速さは、 $\frac{8}{3} \div 2 = \frac{4}{3}(\text{cm/秒})$ Q が M で停止する時間を x 秒間とすると、 $3 + x + \left(\frac{28}{3} - 6\right) \div \frac{4}{3} = 7$ $x = \frac{3}{2}(\text{秒間})$

●正答

	問題番号	解 答	配点	備 考
数-12-公-栃木-KS-06	問 1	(8, 3)	2	
	問 2	6 (通り)	4	
	6 問 3	<p>〔証明〕</p> <p>(例)</p> <p>おうぎ形 A, B, C の中心角はすべて 90° である。</p> <p>A の半径は n cm だから, A の面積は $\frac{1}{4} \pi n^2 \text{ cm}^2$</p> <p>C の半径は m cm だから, C の面積は $\frac{1}{4} \pi m^2 \text{ cm}^2$</p> <p>よって $T = \frac{1}{4} \pi n^2 + \frac{1}{4} \pi m^2$</p> <p>B の半径を r cm とすると $U = \frac{1}{4} \pi r^2$</p> <p>ここで, r は長方形の対角線の長さだから, 三平方の定理より $r^2 = m^2 + n^2$</p> <p>よって $U = \frac{1}{4} \pi (m^2 + n^2) = \frac{1}{4} \pi n^2 + \frac{1}{4} \pi m^2$</p> <p>したがって $T = U$</p>	7	
	問 4	$\frac{2}{9}$	5	

●解説

数-12-公-栃木-KS-06

6 問 1 PQ=3, PS=5 の長方形 PQRS を 1 回転がしたときの S の x 座標は $3+5=8$, y 座標は 3

問 2 長方形を 2 回ころがしたとき, 点 P の y 座標は n と等しくなるので, 小さいさいころの出た目の数が 5 ということになる。よって, 6 通り。

問 3 おうぎ形 A, C の半径はそれぞれ, n cm, m cm で, 中心角は 90° だから,

$$T = \pi \times n^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times m^2 \times \frac{90}{360} = \frac{1}{4} \pi m^2 + \frac{1}{4} \pi n^2 (\text{cm}^2) \cdots \textcircled{1}$$

おうぎ形 B の半径を r cm とすると, この半径は長方形 PQRS の対角線だから, 三平方の定理より, $r^2 = m^2 + n^2$ また, 中心角は 90 度だから,

$$U = \pi \times r^2 \times \frac{90}{360} = \pi \times (m^2 + n^2) \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \pi m^2 + \frac{1}{4} \pi n^2 (\text{cm}^2) \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, $T = U$

問 4 点 Q は, 長方形を 4 回ころがすごとに x 軸上にくる。 $40 \div 4 = 10$ より, 40 回ころがしたときの x 座標は, $m + (2m + 2n) \times 10 = 21m + 20n$ この値が 185 以上より, $21m + 20n \geq 185$ となるのは, $(m, n) = (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$ の 8 通り。よって, 求める

確率は, $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$