

H24 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

	問題番号	解 答	配点	備 考
数-12-公-栃木-KS-01 1	問 1	-3	2	
	問 2	$\frac{9}{10}a$	2	
	問 3	36	2	
	問 4	$4x^2 - 1$	2	
	問 5	$(y=) \frac{12}{x}$	2	
	問 6	105 (度)	2	
	問 7	$(a=) \frac{b+4c}{3}$	2	
	問 8	$(x=) \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$	2	
	問 9	$1 \leqq y \leqq 6$	2	
	問 10	$(x=)3$	2	
	問 11	132 (cm <sup>2</sup> )	2	
	問 12	5	2	
	問 13	$2\sqrt{7}$ (cm)	2	
	問 14	$(n=)12$	2	

●解説

数-12-公-栃木-KS-01

1 問 1  $4 - 7 = -(7 - 4) = -3$

問 2  $\frac{2}{5}a + \frac{1}{2}a = \frac{4}{10}a + \frac{5}{10}a = \frac{9}{10}a$

問 3  $a^2b = (-3)^2 \times 4 = 36$

問 4  $(2x+1)(2x-1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$

問5  $y$  が  $x$  に反比例するので,  $y = \frac{a}{x}$  とおく。 $x = -6$ ,  $y = -2$  を代入して,  $-2 = \frac{a}{-6}$  よって,  $a = 12$

$$y = \frac{12}{x}$$

問6  $\angle x = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

問7  $3a - b = 4c$   $3a = b + 4c$   $a = \frac{b + 4c}{3}$

問8  $x^2 + 5x + 1 = 0$  解の公式を利用して,  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$

問9  $y = -x + 3$   $x = -3$  のとき,  $y = -(-3) + 3 = 6$   $x = 2$  のとき,  $y = -2 + 3 = 1$  よって, 求める変域は,  $1 \leqq y \leqq 6$

問10  $(2 + 10 + 8 + x + 7) \div 5 = 6$   $27 + x = 30$   $x = 3$

問11 表面積は,  $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times 4 + 6^2 = 96 + 36 = 132(\text{cm}^2)$

問12  $y = x^2$  において,  $x = 1$  のとき,  $y = 1^2 = 1$   $x = 4$  のとき,  $y = 4^2 = 16$  変化の割合は,  $\frac{16-1}{4-1} = 5$

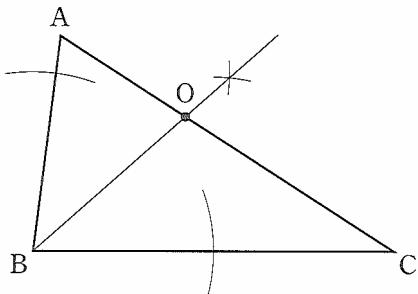
問13 三平方の定理を利用して,  $\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$  よって,  $AB = 2\sqrt{7} (\text{cm})$

問14  $\sqrt{3n}$  が自然数となるとき,  $n = 3 \times (\text{自然数})^2$  である。よって,  $n = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, \dots = 3, 12, 27, \dots$   $n$  は2けたの自然数で最も小さいので,  $n = 12$

H24 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

	問題番号	解 答		配点	備 考
数-12-公-栃木-KS-02 <b>2</b>	問 1	記 号	(例) ウ	4	
		合同条件	(例) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい		
	問 2	$\frac{1}{6}$		3	
	問 3	(例)		4	



●解説

数-12-公-栃木-KS-02

**2** 問 1 アのとき, 3 組の辺がそれぞれ等しいといえる。ウのとき, 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいといえる。

問 2 袋の中の玉を赤 1, 赤 2, 白, 黒とすると, 1 個ずつ続けて 2 個取り出す取り出し方は, (1 個目, 2 個目)=(赤 1, 赤 2), (赤 1, 白), (赤 1, 黒), (赤 2, 赤 1), (赤 2, 白), (赤 2, 黒), (白, 赤 1), (白, 赤 2), (白, 黒), (黒, 赤 1), (黒, 赤 2), (黒, 白) の 12 通り。そのうち, 両方とも赤なのは下線の 2 通り。よって, 求める確率は  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

問 3  $\angle ABC$  の二等分線と AC との交点が求める円の中心 O となる。

H24 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

	問題番号	解 答	配点	備 考
数-12-公-栃木-KS-03	問 1	(例) $(100-x)(240+4x)=25600$ $-4x^2+160x-1600=0$ $x^2-40x+400=0$ $(x-20)^2=0$ したがって $x=20$ 答え (20 円)	6	
	問 2	(例) $\begin{cases} x-y=6 \\ 2x+y=3a \end{cases}$ .....① .....② $x : y = 3 : 1$ より $x=3y$ .....③ ③を①に代入して $2y=6$ よって $y=3$ ①に代入して $x=9$ ②に $x=9$ , $y=3$ を代入して $3a=21$ よって $a=7$ 答え ( $a=7$ , $x=9$ , $y=3$ )	6	

●解説

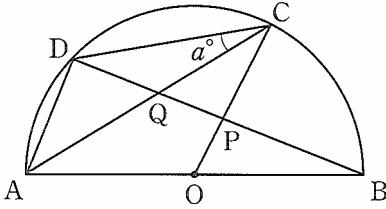
数-12-公-栃木-KS-03

**3** 問 1  $x$  円値下げしたときの 1 個の商品の値段は  $100-x$  (円) で、1 日に売れる商品の数は、  
 $240+4x$  (個) と表せる。この 1 日の売り上げが 25600 円より、 $(100-x)(240+4x)=25600$   
 $-4x^2+160x-1600=0$   $x^2-40x+400=0$   $(x-20)^2=0$   $x=20$  (円)

問 2  $x-y=6 \cdots ①$   $2x+y=3a \cdots ②$  とする。 $x : y = 3 : 1$  より  $x=3y \cdots ③$  とする。①, ③を連立方程式として解くと、 $x=9$ ,  $y=3$  これを②に代入して、 $2 \times 9 + 3 = 3a$   $3a=21$   $a=7$

H24 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

	問題番号	解 答			配点	備 考
		(1)	$90-a$ (度)			3
数-12-公-栃木-KS-04	問 1	(2)	 <p>〔証明〕</p> <p>(例)</p> <p><math>\triangle PQC</math> と <math>\triangle PCD</math> において 共通の角だから</p> $\angle QPC = \angle CPD \quad \dots \dots \textcircled{1}$ <p>弧 BC に対する円周角は等しいから</p> $\angle BAC = \angle PDC \quad \dots \dots \textcircled{2}$ <p>OA, OC は円 O の半径だから <math>OA=OC</math></p> <p>よって、<math>\triangle OAC</math> は二等辺三角形だから</p> $\angle BAC = \angle PCQ \quad \dots \dots \textcircled{3}$ <p>②, ③より</p> $\angle PCQ = \angle PDC \quad \dots \dots \textcircled{4}$ <p>①, ④より</p> <p>2組の角がそれぞれ等しいから</p> $\triangle PQC \sim \triangle PCD$	7		
	問 2	ア	P	イ	$4\pi$	4

●解説

数-12-公-栃木-KS-04

4 問 1 (1) AB は直径より、 $\angle ADB=90^\circ$  三角形の内角の和は  $180^\circ$  より、 $\angle BAD=180^\circ-90^\circ-a^\circ=90^\circ-a^\circ$

(2)  $\triangle PQC$  と  $\triangle PCD$  において、2組の角がそれぞれ等しいことを示す。

問 2 BA と CD を延長し、交点を E とする。また、D から BC に垂線をひき、交点を H とする。AD // BC より、 $EA : ED = AD : BC$   $EA=x$  cm とすると、 $x : (x+3) = 2 : 4$   $2(x+3)=4x$   $x=3$  よって、立体 P の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times (3+3) - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 28\pi$  (cm<sup>3</sup>) また、BF=AD=2 cm より、 $CF=4-2=2$  (cm) 立体 Q の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2 + \pi \times 3^2 \times 2 = 24\pi$  (cm<sup>3</sup>) したがって、立体 P の体積の方が  $28\pi - 24\pi = 4\pi$  (cm<sup>3</sup>) 大きい。

H24 栃木県 公立 数学 正答と解説

●正答

	問題番号	解 答		配点	備 考
5	問 1	2 (cm <sup>2</sup> )		2	
		(1)	(毎秒)3 (cm)		3
	問 2	(2)	(例) 点 P が辺 CB 上にあるとき、グラフは 2 点 (9, 36), (12, 0) を通る直線である。 このグラフの傾きは -12 であるので、x と y の関係の式は $y = -12x + b$ と表せる。 グラフは、点 (12, 0) を通るから $b = 144$ したがって $y = -12x + 144$ $y = 12$ となるのは $12 = -12x + 144$ よって $x = 11$ 答え (11 秒後)		7
			$\frac{3}{2}$ (秒間)		5

●解説

数-12-公-栃木-KS-05

5 問 1 点 P が A を出発してから 1 秒後の AP=2×1=2(cm), AQ=2×1=2(cm) このとき、△APQ  
 $=\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2(\text{cm}^2)$

問 2 (1) 点 Q が M から B へ 2 秒間に 6 cm 進むので、その速さは毎秒  $\frac{6}{2} = 3(\text{cm})$

(2) 点 P が CB 上にあるとき、グラフより  $9 \leq x \leq 12$  この間の x と y の関係式を求めて、y=12 のときの x の値を求める。

問 3 点 P が A を出発してから 7 秒後には、 $2 \times 7 = 14(\text{cm})$  進んでいるので、P は DP=14-6=8(cm) の地点にある。このとき、 $\triangle APQ=28 \text{ cm}^2$  より、 $\frac{1}{2} \times AQ \times 6 = 28$   $AQ = \frac{28}{3}$  P は C, Q は B に同時につくので、Q は  $BM = 12 - \frac{28}{3} = \frac{8}{3}(\text{cm})$  を  $9 - 7 = 2(\text{秒})$  で進むから、その速さは、 $\frac{8}{3} \div 2 = \frac{4}{3}(\text{cm}/\text{秒})$  Q が M で停止する時間を x 秒間とすると、 $3 + x + \left( \frac{28}{3} - 6 \right) \div \frac{4}{3} = 7$   $x = \frac{3}{2}(\text{秒間})$

# H24 栃木県 公立 数学 正答と解説

## ●正答

	問題番号	解 答	配点	備 考
	問 1	(8, 3)	2	
	問 2	6 (通り)	4	
6	問 3	<p>〔証明〕          (例)          おうぎ形 A, B, C の中心角はすべて <math>90^\circ</math> である。          A の半径は <math>n \text{ cm}</math> だから, A の面積は <math>\frac{1}{4} \pi n^2 \text{ cm}^2</math>          C の半径は <math>m \text{ cm}</math> だから, C の面積は <math>\frac{1}{4} \pi m^2 \text{ cm}^2</math>          よって <math>T = \frac{1}{4} \pi n^2 + \frac{1}{4} \pi m^2</math>          B の半径を <math>r \text{ cm}</math> とすると <math>U = \frac{1}{4} \pi r^2</math>          ここで, <math>r</math> は長方形の対角線の長さだから, 三平方の定理より <math>r^2 = m^2 + n^2</math>          よって <math>U = \frac{1}{4} \pi (m^2 + n^2) = \frac{1}{4} \pi n^2 + \frac{1}{4} \pi m^2</math>          したがって <math>T = U</math></p>	7	
	問 4	$\frac{2}{9}$	5	

## ●解説

数-12-公-栃木-KS-06

6 問 1  $PQ=3$ ,  $PS=5$  の長方形 PQRS を 1 回転がしたときの S の  $x$  座標は  $3+5=8$ ,  $y$  座標は 3

問 2 長方形を 2 回ころがしたとき, 点 P の  $y$  座標は  $n$  と等しくなるので, 小さいさいころの出た目の数が 5 ということになる。よって, 6 通り。

問 3 おうぎ形 A, C の半径はそれぞれ,  $n \text{ cm}$ ,  $m \text{ cm}$  で, 中心角は  $90^\circ$  だから,

$$T = \pi \times n^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times m^2 \times \frac{90}{360} = \frac{1}{4} \pi m^2 + \frac{1}{4} \pi n^2 (\text{cm}^2) \cdots ① \quad \text{おうぎ形 B の半径を } r \text{ cm とすると,}$$

$$\text{この半径は長方形 PQRS の対角線だから, 三平方の定理より, } r^2 = m^2 + n^2 \quad \text{また, 中心角は } 90 \text{ 度だから, } U = \pi \times r^2 \times \frac{90}{360} = \pi \times (m^2 + n^2) \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \pi m^2 + \frac{1}{4} \pi n^2 (\text{cm}^2) \cdots ② \quad ①, ② \text{より, } T = U$$

問 4 点 Q は, 長方形を 4 回ころがすごとに  $x$  軸上にくる。 $40 \div 4 = 10$  より, 40 回ころがしたときの  $x$  座標は,  $m + (2m + 2n) \times 10 = 21m + 20n$  この値が 185 以上より,  $21m + 20n \geq 185$  となるのは,  $(m, n) = (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$  の 8 通り。よって, 求める

$$\text{確率は, } \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$